ФОРМУЛА РАСЧЁТА МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОЖИДАНИЯ ПОВТОРЕНИЙ ИНТЕРВАЛОВ МЕЖДУ ПРОСТЫМИ ЧИСЛАМИ

К.Н. Скворцов, *начальник отдела*
ПАО «Ракетно-космическая корпорация «Энергия» имени С.П. Королёва»
(Россия, г. Королёв)

DOI:10.24412/2500-1000-2025-10-2-227-234

Аннотация. *Промежутки между последовательными простыми числами на протяжении веков изучались многими учеными и исследователями с математической, численной и статистической точек зрения. Однако, несмотря на предпринимаемые усилия и наработки, многие вопросы все еще остаются открытыми. В статье рассматривается задача, связанная с расчетом математического ожидания повторений интервалов между простыми числами. В процессе исследования был сформулирован и доказан закон сохранения информации простыми числами, согласно которому при удвоении интервала натуральных чисел информационный объём простых чисел также стремится к удвоению. Кроме того, установлена зависимость между количеством простых чисел и объёмом информации, заключённым в них.*

Ключевые слова: *простые числа, промежуток, информация, зависимость, удвоение, повторение.*

Простые числа издавна считаются основополагающими в изучении теории чисел. Они являются строительными блоками всей числовой прямой, поскольку все остальные числа создаются путем умножения простых чисел друг на друга [1]. Таким образом, простые числа являются основой арифметики. Около 300 года до нашей эры греческий математик Евклид был одним из первых, кто написал трактат о простых числах и обосновал несколько ключевых фактов о них, в том числе то, что таких чисел бесконечно много, а также доказал известную фундаментальную теорему арифметики [2]. С тех пор математики проявляют большой интерес к простым числам, а изучение распределения простых чисел занимает центральное место в аналитической теории чисел.

Является ли число простым или нет, предопределено заранее, о чем свидетельствуют многочисленные уже доказанные законы. Например, теорема о простых числах гласит, что средняя длина промежутка между одним простым числом и следующим простым числом равна [3]. Такие промежутки между простыми числами были тщательно изучены, однако многие вопросы и гипотезы остаются без ответа. Последовательность $p = 2, 3, \ldots$ характеризуется сложной гибридной структурой, сочетающей локально непредсказуемое, но глобально регулярное поведение. Взаимодействие случайности и регулярности стимулировало поиск локальных и глобальных закономерностей, которые, возможно, являются признаками фундаментальных математических свойств.

Например, вопрос о том, как часто встречается тот или иной интервал – в частности, $g = 2$ (простые-близнецы) или $g = 6$ – является центральным для многих открытых проблем, включая гипотезу Полиньяка [4]. Кроме того, нет способа с уверенностью предсказать, какие числа являются простыми, и поэтому, с практической точки зрения, промежутки между простыми числами считаются случайными.

Таким образом, поскольку точная детерминированная формула для интервалов между простыми числами неизвестна, для описания частоты появления (количества повторений) заданного интервала g до некоторой границы X широко применяется вероятностный подход. В этом контексте математическое ожидание числа повторений интервала g становится ключевым показателем, позволяющим количественно оценить плотность таких событий [5]. Отмеченные обстоятельства и предопределили выбор темы данной статьи.

Ряд авторов, например, Аллаков И., Эрдонов Б.Х., Вольфсон В.Л., Auqib Hamid Lone, Aqeel Khalique показывают, что закономерность последней цифры можно объяснить группировками, заданными гипотезой k-кортежа. Однако по мере того, как простые числа стремятся к бесконечности, закономер-

ность исчезает, и простые числа становятся действительно случайными.

Краткий обзор нижних и верхних границ, которые были получены для G(x) за последнее столетие, а также некоторые эвристические модели и вычислительные результаты, полученные для G(x), представлен публикациями Королева М.А., Резвяковой И.С., Коломиец Г.Г., Дугинова О.И., Химича С.С., Baker R., Harman G.

Анализ взаимосвязи между наиболее распространенным размером интервала и примориальными числами, которая представляет интерес независимо от периодического поведения, входит в круг научных интересов Ляха А.П., Зенкова Н.Д., Мартынова А.А., Кемеша О.Н., Морозовой И.М., Glyn Harman, Cathy Swaenepoel, Homer F. Hampton.

Цель выполненного исследования – разработать и обосновать математическую модель, позволяющую вычислять вероятностное распределение интервалов между простыми числами, выявлять закономерности их повторяемости и зависимость от разрядности чисел, а также показать существование фундаментального закона сохранения информации простыми числами, выражающегося в устойчивом соотношении между количеством простых чисел и объёмом информации, который они содержат на различных интервалах натурального ряда.

Формула расчёта интервалов

В настоящей работе представлена авторская формула (алгоритм) для подсчёта математических ожиданий повторений интервалов между простыми числами Mn:

$$\begin{aligned} M2(i) &= k2\ q/i \\ M4(i) &= k4\ (q-M2)/i \\ M6(i) &= k6\ (q-M2-M4)/i \\ M8(i) &= k8\ (q-M2-M4-M6)/i \end{aligned} \quad (1)$$

где индексы 2, 4, 6, 8…n – это интервалы между простыми числами (представлены рядом чётных чисел);

i – количество бит в одном числе на соответствующем *интервале ряда натуральных чисел* (примеры данных интервалов: [от 2 до 3] i=2; [от 4 до 7] i=3; [от 8 до 15] i=4; [от 16 до 31] i=5; [от 32 до 63] i=6; [от 64 до 127] i=7 и т.д.);

Mn – математическое ожидание количества повторений для n-го интервала между простыми числами (для примера M2 – ожидаемое количество простых чисел с интервалом меду парой соседних простых чисел равным двум, известные как «числа-близнецы»);

q – общее количество простых чисел на *интервале ряда натуральных чисел,* вычисляется с помощью функции интегрального логарифма:

$$\mathrm{Li}\,(x) = \int_2^x \frac{1}{\ln(t)}\,d(t); \quad (2)$$

kn – коэффициенты для каждого из интервалов между простыми числами (данные коэффициенты – вероятностные величины с идентичными отклонениями).

Для интервалов межу простыми числами 2; 4; 6; 8; 10; 12; 14; 16; 18; 20; 22; 24; 26; 28; 30; 32; 34; 36 величины средневзвешенных коэффициентов, вычисленных с помощью «решета Эратосфена» соответственно будут равными:

1,93; 2,05; 3,95; 2,02; 2,79; 4,01; 2,55; 2,1; 4,14; 2,66; 2,47; 4,14; 2,29; 2,68; 5,4; 2,08; 2,33; 4,19; 2,29; 2,94; 4,91; 2,39; 2,25; 4,24; 2,82; 2,35; 4,28; 2,59; 2,42….

Более подробно коэффициенты рассмотрены в другом исследовании, а в рамках темы настоящего представлен результат применения формулы на примере двух интервалов: первый – [от 131072 до 262143] (18 бит); второй [от 33554432 до 67108863] (26 бит).

Изначально, обратимся к определению общего количества простых чисел на интервале [от 131072 до 262143], для этого применив формулу интегрального логарифма:

$$q = \mathrm{Li}\,(x) = \int_{131072}^{262143} \frac{1}{\ln(t)}\,d(t) = 10773 \quad (3)$$

Далее по формуле M2(i)=k2(q/i) находим количество интервалов между простыми числами со значениями равными двум - «числа-близнецы»:

$$M2(18) = 1{,}93(10773/18) = 1155, \quad (4)$$

где 1,93 средневзвешенный коэффициент k2 для интервала между простыми числами равному двум (см. выше).

Продолжим находить математические ожидания для последующих интервалов между простыми числами, пользуясь этим же алгоритмом:

$$M4(18) = 2{,}05(10773\text{-}1155)/18 = 1095;$$
$$M6(18) = 3{,}95(10773\text{-}1155\text{-}1095)/18 = 1870;$$
$$M8(18) = 2{,}02(10773\text{-}1155\text{-}1095\text{-}1870)/18 = 747 \quad (5)$$

…. и т.д.

Сделаем то же самое для интервала [от 33554432 до 67108863] (26 бит)

$$q = \mathrm{Li}\,(x) = \int_{33554432}^{67108863} \frac{1}{\ln(t)}\, d(t) = 1894365 \quad (6)$$

$$M2(26) = 1{,}93(1894365/26) = 140620;$$
$$M4\,(26) = 2{,}05(1894365\text{-}140620)/26 = 138276;$$
$$M6\,(26) = 3{,}95(1894365\text{-}140620\text{-}138276)/26 = 245427;$$
$$M8\,(26) = 2{,}02(1894365\text{-}140620\text{-}138276\text{-}245427)/26 = 106442 \quad (7)$$

В таблице 1 проведено сравнение полученных значений математических ожиданий с результатами вычисления компьютерной программы «Решето Эратосфена» (фактическим количеством повторений интервалов между простыми числами).

Таблица 1. Результаты расчёта математических ожиданий повторений интервалов между простыми числами для интервалов ряда натуральных чисел [от 131072 до 262143] и [от 33554432 до 67108863]

Интервалы между простыми числами	Для интервала ряда натуральных чисел от 131072 до 262143 (18) бит		Для интервала ряда натуральных чисел от 33554432 до 67108863 (26 бит)	
	Количество повторений по формуле	Фактическое количество повторений	Количество повторений по формуле	Фактическое количество повторений
2	1155	1153	140620	140944
4	1095	1160	138276	141009
6	1870	1892	245427	247747
8	747	785	106442	108350
10	915	1013	135594	138853
12	1112	1098	173973	175529
14	549	612	93569	95672
16	388	389	69499	70956
18	676	653	125946	126966
20	335	313	68037	67200
22	265	293	56713	58577
24	383	346	86050	86020
26	163	166	39991	39902
28	166	151	42657	43441
30	286	232	77185	75129
32	77	56	23537	22978
34	76	68	24304	24251
36	120	87	39763	38837
38	50	45	18219	17623
40	56	62	21304	20568

Коэффициенты для интервалов между простыми числами. Первоначально, обращает на себя внимание коэффициенты в формуле, которые не способны обеспечить получение высокой точности результатов, сравнимую со значениями таких констант, как π и *e*. Однако в противовес критики предлагаем рассматривать коэффициенты в качестве фундаментального свойства простых чисел, подчиняющихся вероятностным законам, способным добавить высшую степень их хаотического распределения. При этом коэффициенты ведут себя так: чем большее количество простых чисел берется в расчёт, тем сильнее коэффициенты сходятся к единственному значению. Чтобы подтвердить сказанное обратимся к примеру, отражающему наглядный расчёт коэффициентов. По Формуле расчёта интервалов коэффициент k будет равен:

$$k2 = i \cdot M2/q$$
$$k4 = i \cdot M4/(q-M2)$$
$$k6 = i \cdot M6/(q-M2-M4) \ldots \text{ и т.д.}$$

С помощью компьютерной программы «решето Эратосфена» на интервале *ряда натуральных чисел* от 65536 до 34359738367 разбитым по битам от 17 до 35 бит были получены фактические величины для Mn и q, а результаты расчета вычислений внесены в таблицу 2.

Как видно из таблицы 2, разброс коэффициентов невелик, а в строках, как правило отличается сотыми долями. К тому же, с увеличением количества чисел, величина отклонения сильно уменьшается. Интересно ещё то, что если коэффициенты в столбце разбить по тройкам и в каждой тройке суммировать первый и второй, их значения будут близки к 4-ки или 5-ке.

При внимательном изучении результатов в таблице 2 становится очевидным, что, не смотря на схожесть коэффициентов в горизонтальных строках, присутствует тенденция уменьшения их величины, примерно на одну сотую для каждого бита. В качестве аргумента выявленных изменений, на наш взгляд, следует указать на свойство простых чисел, демонстрирующее способность сохранять объём собственной информации.

Теория сохранения информации простыми числами. Чтобы подтвердить утверждение о том, что простые числа сохраняют объём собственной информации, снова воспользуемся решетом Эратосфена. Только на этот раз нас будет интересовать общее количество простых чисел на интервалах ряда натуральных чисел, разбитого по битам. Для каждого такого интервала мы подсчитаем количество информации и затем проведём анализ с помощью таблицы 3.

В данной таблице *первая* колонка показывает сколько бит содержится в одном числе на интервале, *вторая* колонка – ряд натуральных чисел разбитый построчно по количеству бит в одном числе, *третья* колонка – количество простых чисел на данном интервале, посчитанное компьютером с помощью алгоритма решето Эратосфена, *четвёртая* – суммарное количество информации всех простых чисел, находящихся на указанном во второй колонке интервале (вычисляется как произведение первой колонки на третью), в *пятой* колонке записаны результаты деления соседних строк четвёртой колонки.

На эту колонку хотелось обратить особое внимание, так как результаты деления информации простых чисел для соседних бит In/In+1 стремится к двум. То есть удвоение интервала натуральных чисел ведёт за собой удвоение информации простых чисел. В *шестой* колонке среднее количество информации простых чисел на единицу натуральных. Эта колонка показывает, что информация простых чисел не сохраняется, как я ранее утверждал, а уменьшается, примерно на 0,01 бита на число за интервал в несколько миллиардов натуральных чисел. Другими словами, при постоянном удвоении интервала натуральных чисел, информационный объём простых чисел также стремится к удвоению, но не пересекает предел равный двум, являющийся максимальным значением для данной функции. К удвоению информации также стремятся натуральные числа, только в случае натуральных чисел, двойка является минимумом функции.

Таблица 2. Результаты расчета с помощью решета коэффициентов k

Интервалы м/д простыми числ-	Ряд натуральных чисел от 65536 до 34359738367 разбитый на интервалы по количеству бит в																		
	35	34	33	32	31	30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	20	19	18	17
	коэффициенты k для указанных интервалов рассчитанные с помощью решета Эратосфена																		
2	1,9	1,9	1,9	1,9	1,9	1,9	1,9	1,9	1,9	1,9	1,9	1,9	1,9	1,9	1,9	1,9	1,9	1,9	1,9
4	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,1	2,1	2,1	2,1	2,1	2,1	2,1	2,1	2,2
6	3,9	3,9	3,9	3,9	3,9	3,9	3,9	3,9	3,9	4	4	3,9	4,0	4,0	4,0	4,0	4,0	4,0	4,0
8	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,0	2,1	2,1	2,1	2,1	2,1
10	2,7	2,7	2,8	2,8	2,8	2,8	2,8	2,8	2,8	2,8	2,9	2,9	2,9	2,9	2,9	3,0	3,0	3,1	3,2
12	4	4,0	4,0	4,0	4,0	4,0	4,0	4,0	4,0	4,0	4,1	4,1	4,1	4,1	4,2	4,1	4,1	4,1	4,2
14	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,6	2,6	2,6	2,6	2,6	2,7	2,7	2,7	2,7	2,7	2,9	3,0	2,9
16	2,0	2,1	2,1	2,1	2,1	2,1	2,1	2,1	2,1	2,1	2,2	2,1	2,2	2,2	2,2	2,2	2,3	2,3	2,3
18	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1	4,2	4,2	4,2	4,2	4,2	4,3	4,3	4,3	4,4	4,3	4,5	4,4	4,2
20	2,6	2,6	2,6	2,6	2,6	2,6	2,6	2,6	2,6	2,7	2,7	2,7	2,7	2,7	2,6	2,7	2,9	2,8	3,1
22	2,4	2,4	2,4	2,4	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,6	2,6	2,6	2,6	2,7	2,7	2,8	3,0	3,1	3,1
24	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1	4,2	4,2	4,2	4,2	4,2	4,3	4,3	4,3	4,3	4,4	4,5	4,5	4,4	4,6
26	2,2	2,2	2,3	2,3	2,3	2,3	2,3	2,3	2,3	2,3	2,4	2,3	2,4	2,4	2,5	2,5	2,4	2,8	2,4
28	2,6	2,6	2,6	2,7	2,7	2,7	2,7	2,7	2,8	2,8	2,8	2,9	2,9	2,9	3,0	3,0	3,3	3,1	3,0
30	5,3	5,4	5,4	5,4	5,4	5,4	5,4	5,4	5,5	5,5	5,5	5,6	5,6	5,5	5,7	5,8	5,5	5,7	5,7
32	2,0	2,0	2,0	2,0	2,1	2,1	2,1	2,1	2,1	2,1	2,1	2,2	2,2	2,2	2,1	2,4	2,4	2,0	1,9
34	2,3	2,3	2,3	2,3	2,3	2,3	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	2,5	2,5	2,6	2,7	2,6	3	2,8	2,7
36	4,1	4,1	4,2	4,2	4,2	4,2	4,2	4,3	4,3	4,3	4,3	4,4	4,5	4,3	4,6	4,4	4,4	4,2	4,9
38	2,2	2,2	2,3	2,3	2,3	2,3	2,3	2,3	2,3	2,3	2,4	2,4	2,4	2,3	2,4	2,2	2,7	2,8	3,2
40	2,9	2,9	2,9	2,9	2,9	3,0	3,0	3,0	3,0	3,0	3,1	3,2	3,1	3,3	3,3	3,4	3,6	4,7	3,7
42	4,9	4,9	4,9	4,9	4,9	4,9	4,9	5	4,9	5,0	5,0	5,0	5,1	5,1	5,1	5,1	5,2	5,5	6,0
44	2,3	2,3	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	3,1	3,1	2,2	1,8
46	2,2	2,2	2,2	2,2	2,2	2,2	2,3	2,3	2,3	2,3	2,4	2,4	2,4	2,2	2,4	2,3	3,5	2,0	5,1
48	4,2	4,2	4,2	4,2	4,2	4,3	4,3	4,3	4,3	4,3	4,4	4,5	4,4	4,6	4,0	4,6	3,4	4,6	3,0
50	2,8	2,8	2,8	2,8	2,8	2,8	2,8	2,9	2,9	2,9	2,8	3,0	3,0	3,0	2,8	2,7	3,1	2,6	2,2
52	2,3	2,3	2,3	2,3	2,3	2,3	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	2,5	2,5	2,2	2,2	2,4	2,2	1,5	1,7
54	4,2	4,2	4,2	4,3	4,3	4,3	4,3	4,4	4,4	4,5	4,4	4,6	4,7	4,4	4,6	4,5	5,5	4,3	9,4
56	2,5	2,5	2,6	2,6	2,6	2,6	2,6	2,6	2,6	2,7	2,7	2,6	2,5	2,7	2,9	2,8	1,6	2,6	2,1
58	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	2,5	2,5	2,5	2,6	2,6	2,6	2,7	2,8	2,8	3,4	3,2	2,6	3,0	4,8
60	5,5	5,5	5,5	5,5	5,6	5,6	5,6	5,6	5,6	5,7	5,7	6,0	5,6	5,7	4,8	6,2	5,6	8,6	10,
62	2,1	2,1	2,1	2,1	2,1	2,1	2,1	2,1	2,1	2,2	2,2	2,2	2,3	2,2	2,2	1,2	1,8	2,4	
64	2,3	2,3	2,3	2,3	2,3	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	2,6	2,6	2,4	3,1	3,0	2,7	2,0	4,1	
66	4,6	4,7	4,7	4,7	4,7	4,7	4,8	4,8	4,8	4,8	5,0	5,0	5,3	5,0	4,5	6,0	5,8	1,8	
68	2,2	2,2	2,3	2,3	2,3	2,3	2,3	2,3	2,3	2,4	2,3	2,4	2,5	2,3	1,8	2,2	3,2	12	
70	3,5	3,5	3,5	3,5	3,5	3,6	3,6	3,6	3,6	3,7	3,7	4	4,1	4,4	3,6	3,6	4,7	6	
72	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1	4,1	4,2	4,3	4,2	4,2	4,0	4,2	4,1	4,0	3,7	3,1	9	
74	2,3	2,3	2,3	2,3	2,4	2,4	2,4	2,3	2,5	2,5	2,5	2,8	2,5	2,4	1,3	4,2	2,5		
76	2,2	2,2	2,3	2,3	2,3	2,3	2,3	2,3	2,4	2,3	2,4	2,1	2,7	2,7	1,7	2,7	1,4		
78	4,7	4,7	4,7	4,7	4,8	4,8	4,8	4,9	4,8	4,9	5,2	4,6	5,2	5,7	6,2	5	6,3		
80	2,8	2,8	2,9	2,9	2,9	2,9	2,9	2,9	2,9	2,9	3,1	2,9	3,1	2,8	4,6	3,3	2,3		
82	2,2	2,2	2,2	2,2	2,3	2,3	2,3	2,3	2,4	2,3	2,5	2,5	1,8	2,0	3,4	4	2,7		
84	5,1	5,1	5,1	5,1	5,2	5,2	5,1	5,2	5,3	5,2	5,3	5,3	6,4	6,6	5,5	7,5	3,1		
86	2,2	2,2	2,2	2,2	2,2	2,2	2,2	2,3	2,3	2,3	2,2	2,2	1,6	2,2	1,4	4	3,8		
88	2,4	2,4	2,4	2,5	2,5	2,5	2,5	2,6	2,5	2,6	2,7	2,2	2,7	3,3	2	2,5	4,7		
90	5,5	5,5	5,5	5,5	5,6	5,6	5,5	5,6	5,8	5,6	6,1	6,5	5,7	6,7	4,9	8,5	6,3		
92	2,2	2,2	2,2	2,3	2,3	2,3	2,3	2,3	2,3	2,4	2,7	2,2	2,3	2,5	2,1	5	9,5		
94	2,2	2,2	2,2	2,2	2,2	2,2	2,3	2,2	2,4	2,3	2,5	2,6	2,4	2,8	2,4	6,6			
96	4,3	4,3	4,3	4,3	4,3	4,4	4,3	4,4	4,6	4,4	4,1	4,3	4,8	4,2	3,6	10			
98	2,6	2,6	2,6	2,6	2,7	2,7	2,7	2,7	2,8	2,7	2,7	2,1	3,2	1,7	2,2				
100	3	3,0	3,0	3,0	3,0	3,1	3,1	3,1	3,2	3,1	3,6	3,6	3,5	3,1	3,7				
102	4,5	4,5	4,5	4,5	4,5	4,6	4,6	4,6	4,5	4,4	4,4	3,7	4,2	2,9	4,5				
104	2,4	2,4	2,4	2,4	2,4	2,5	2,5	2,6	2,9	2,2	3,3	2,4	3,0	3,3	3,8				
106	2,2	2,3	2,3	2,3	2,3	2,3	2,3	2,3	2,3	2,6	1,8	2,2	1,7	4	2,3				
108	4,3	4,3	4,4	4,4	4,4	4,4	4,5	4,6	4,6	4,5	4,8	4,9	4,9	7,3	2,6				
110	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,1	3,2	3,1	3,4	3,5	3,6	1,9	7,3	3				
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…				

Таблица 3. Расчёт количества информации для простых чисел на интервалах ряда натуральных чисел разбитого по битам

Биты (n)	Интервалы (от A до B включительно)	Количество простых чисел на интервалах (p) по данным решета Эратосфена	Q - общее количество информации ПЧ на интервале n*p	Постоянная увеличения информации простых чисел Qn+1/Qn	Количество информации ПЧ на единицу нат. чисел (бит) Q/A
	1-1				
	2-3				
	4-7				
1	8-15	0			
2	16-31	1	2		
3	32-63	2	6	3,0000	
4	64-127	2	8	1,3333	
5	128-255	5	25	3,1250	1,563
6	256-511	7	42	1,6800	1,313
7	512-1023	13	91	2,1667	1,422
8	1024-2047	23	184	2,0220	1,438
9	2048-4095	43	387	2,1033	1,512
10	4096-8191	75	750	1,9380	1,465
11	8192-16383	137	1507	2,0093	1,472
12	16384-32767	255	3060	2,0305	1,494
13	32768-65535	464	6032	1,9712	1,473
14	65536-131071	872	12208	2,0239	1,490
15	131072-262143	1612	24180	1,9807	1,476
16	262144-524287	3030	48480	2,0050	1,479
17	524288-1048575	5709	97053	2,0019	1,481
18	1048576-2097151	10749	193482	1,9936	1,476
19	2097152-4194303	20390	387410	2,0023	1,478
20	4194304-8388607	38635	772700	1,9945	1,474
21	8388608-16777215	73586	1545306	1,9999	1,474
22	16777216-33554431	140336	3087392	1,9979	1,472
23	33554432-67108863	268216	6168968	1,9981	1,471
24	67108864-134217727	513708	12328992	1,9986	1,470
25	134217728-268435455	985818	24645450	1,9990	1,469
26	268435456-536870911	1894120	49247120	1,9982	1,468
27	536870912-1073741823	3645744	98435088	1,9988	1,467
28	1073741824-	7027290	196764120	1,9989	1,466
29	2147483647	13561907	393295303	1,9988	1,465
30	2147483648-	26207278	786218340	1,9991	1,464
31	4294967295	50697537	1571623647	1,9990	1,464
32	4294967296-	98182656	3141844992	1,9991	1,463
33	8589934591	190335585	6281074305	1,9992	1,462
34	8589934592-	369323305	12556992370	1,9992	1,462
35	17179869183	717267168	25104350880	1,9992	1,461
36	17179869184-	1394192236	50190920496	1,9993	1,461
	34359738367				
	34359738368-				
	68719476735				

В отличие от простых чисел, натуральные числа при повышении разрядности на один пункт начинают с 4-х кратного увеличения собственной информации, и в дальнейшем постепенно снижают её до предела, равному двум. Данный расчёт продемонстрирован в таблице 4. Из данных 5 и 6 колонки видно, как два ряда: информация простых чисел и информация натуральных чисел сходятся с разных сторон от 2-ки.

Таблица 4. Сравнение побитного увеличения информации натуральных и простых чисел

Биты (n)	Интервалы (от A до B включительно)	I - количество информации натуральных чисел на интервале (бит) n*A	Q - количество информации ПЧ на интервале (бит)	Переменная увеличения информации натуральных чисел	Постоянная увеличения информации простых чисел Qn+1/Qn
1	1-1	1			
2	2-3	4	2	4,000	
3	4-7	12	6	3,000	3,0000
4	8-15	32	8	2,667	1,3333
5	16-31	80	25	2,500	3,1250
6	32-63	192	42	2,400	1,6800
7	64-127	448	91	2,333	2,1667
8	128-255	1024	184	2,286	2,0220
9	256-511	2304	387	2,250	2,1033
10	512-1023	5120	750	2,222	1,9380
11	1024-2047	11264	1507	2,200	2,0093
12	2048-4095	24576	3060	2,182	2,0305
13	4096-8191	53248	6032	2,167	1,9712
14	8192-16383	114688	12208	2,154	2,0239
15	16384-32767	245760	24180	2,143	1,9807
16	32768-65535	524288	48480	2,133	2,0050
17	65536-131071	1114112	97053	2,125	2,0019
18	131072-262143	2359296	193482	2,118	1,9936
19	262144-524287	4980736	387410	2,111	2,0023
20	524288-1048575	10485760	772700	2,105	1,9945
21	1048576-2097151	22020096	1545306	2,100	1,9999
22	2097152-4194303	46137344	3087392	2,095	1,9979
23	4194304-8388607	96468992	6168968	2,091	1,9981
24	8388608-16777215	201326592	12328992	2,087	1,9986
25	16777216-33554431	419430400	24645450	2,083	1,9990
26	33554432-67108863	872415232	49247120	2,080	1,9982
27	67108864-134217727	1811939328	98435088	2,077	1,9988
28	134217728-268435455	3758096384	196764120	2,074	1,9989
29	268435456-536870911	7784628224	393295303	2,071	1,9988
30	536870912-1073741823	16106127360	786218340	2,069	1,9991
31	1073741824-2147483647	33285996544	1571623647	2,067	1,9990
32	2147483648-4294967295	68719476736	3141844992	2,065	1,9991
33	4294967296-8589934591	141733920768	6281074305	2,063	1,9992
34	8589934592-17179869183	292057776128	12556992370	2,061	1,9992
35	17179869184-34359738367	601295421440	25104350880	2,059	1,9992
36	34359738368-68719476735	1236950581248	50190920496	2,057	1,9993

По итогу исследования можно сделать два главных вывода о простых числах:

1. Простые числа возникают из-за асимметрии меду сложением и умножением натуральных чисел по законам теории вероятности.

2. Вероятности их возникновения можно подсчитать при помощи логарифмической функции и закона сохранения информации простыми числами, пользуясь индивидуальными коэффициентами для каждого интервала между ними.

Библиографический список

1. Neale Vicky. Closing the Gap: The Quest to Understand Prime Numbers. First edition. – Oxford: Oxford University Press, 2017. – 298 p.

2. Аллаков И., Сафаров А.Ш. Новая оценка для исключительного множества суммы двух простых чисел из арифметической прогрессии // Чебышевский сборник. – 2022. – Т. 23. № 2 (83). – С. 21-41.

3. Радомский А.О. Простые числа в кортежах и теорема Романова // Известия Российской академии наук. Серия математическая. – 2025. – Т. 89, № 1. – С. 135-150.

4. Koukoulopoulos, Dimitris. The Distribution of Prime Numbers. Providence, Rhode Island: American Mathematical Society, 2019. – 201 p.

5. Plymen, Roger J. The Great Prime Number Race. Providence, Rhode Island: American Mathematical Society, 2020. – 156 p.

FORMULA FOR CALCULATING THE MATHEMATICAL EXPECTATION OF REPETITIONS OF INTERVALS BETWEEN PRIME NUMBERS

K.N. Scvorchov, *Head of Department*
S.P. Korolev Rocket and Space Corporation «Energia»
(Russia, Korolev)

Abstract. *The intervals between consecutive prime numbers have been studied by many scientists and researchers over the centuries from mathematical, numerical, and statistical points of view. However, despite the efforts and achievements, many questions remain unanswered. This article examines the problem of calculating the mathematical expectation of repetitions of intervals between prime numbers. In the course of the study, the law of conservation of information by prime numbers was formulated and proven, according to which, when the interval of natural numbers doubles, the information volume of prime numbers also tends to double. In addition, a relationship was established between the number of prime numbers and the amount of information they contain.*

Keywords: *prime numbers, interval, information, relationship, doubling, repetition.*