

## ДЕКОМПОЗИЦИЯ НАЧАЛЬНОГО ЗАЗОРА ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ СБОРКИ ГИБКИХ КОНСТРУКЦИЙ

Н.И. Зайцева, доцент

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого  
(Россия, г. Санкт-Петербург)

DOI:10.24412/2500-1000-2023-11-4-49-54

*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект №22-19-00062, <https://rscf.ru/en/project/22-19-00062/>).*

**Аннотация.** Данная статья посвящена методу моделирования начального зазора на основе декомпозиции по базису из ортонормированных функций, заданных для зоны стыка между деталями. Построение базиса основано на преобразовании собственных форм свободных колебаний собираемых деталей. Рассматриваемый метод моделирования начального зазора сравнивается с другим методом моделирования начального зазора на основе Гауссовского случайного поля. Исследуется эффективность использования этих методов для случая малой выборки, то есть органичного набора доступных измерений начального зазора. Сравнение эффективности методов проводится на практическом примере анализа качества процесса присоединения крыла к фюзеляжу самолета.

**Ключевые слова:** процесс сборки, начальный зазор, деформируемые конструкции, теория надежности.

Математическое моделирование процесса сборки является важным аспектом инженерно-конструкторской и производственной деятельности, поскольку позволяет прогнозировать результаты процесса сборки и оптимизировать его параметры. С помощью математического моделирования можно учесть многочисленные факторы, влияющие на процесс сборки. Например, моделирование сборочного процесса в авиастроении может учитывать особенности конструкции изделия, используемые технологии, характеристики материалов, влияние температуры и давления на сборку и многое другое [1]. В настоящее время, математическое моделирование является незаменимым инструментом в современном проектировании и производстве авиационных конструкций, способствуя повышению качества и снижению затрат процесса сборки.

На точность и качество сборки авиационных конструкций влияют много факторов, в частности большая гибкость используемых деталей и случайная вариативность при изготовлении и соединении деталей [2]. Существуют разные подходы, учитывающие эти факторы при анализе

качества соединения конструкций при серийной сборке. Первый подход – это анализ допусков и посадок, учитывающий проектные отклонения [3]. Применимость данного метода ограничена тем, что в таком подходе сложно проанализировать многокомпонентную сборку с учетом множества источников отклонений. Второй подход – это моделирование на основе САПР [4]: в этом методе используется специализированное программное обеспечение для автоматизированного проектирования (САПР) для создания цифровой модели сборки. Применимость данного метода ограничивается тем, что САПР не позволяют учитывать деформации деталей в процессе сборки. Третий подход – это использование анализа конечных элементов (FEA) [5], позволяющего проводить моделирование процесса сборки с высокой точностью. Однако, для реальных моделей проведение статистического анализа с помощью FEA занимает большое время из-за необходимости решения большого количества полноразмерных конечно-элементных задач.

Существует другой подход, более подходящий именно для моделирования сбо-

рочного процесса в авиастроении – это использование редуцированной контактной задачи для моделирования сборочного процесса [6], когда из полноразмерной конечно-элементной задачи выделяется подзадача для конкретной зоны стыка между деталями. В таком случае задачу моделирования контактного взаимодействия деформируемых деталей можно свести к задаче квадратичного программирования. Это позволяет сократить время расчета одной контактной задачи [7, 8].

В таком подходе сборочные отклонения можно задавать через начальный зазор между деталями – это расстояние между

соединяемыми поверхностями в условиях возможного проникновения деталей друг в друга (то есть без учета их взаимодействия). Финальный зазор – это зазор уже после взаимодействия деталей в процессе сборки (см. рис. 1). Тогда процедура статистического анализа сборочного процесса проводится как серия расчётов контактных задач с разными начальными зазорами [9] (см. рис. 2). По статистическому обработке полученных финальных зазоров можно оценить точность сборочного процесса, то есть насколько анализируемый сборочный процесс эффективно соединяет детали.

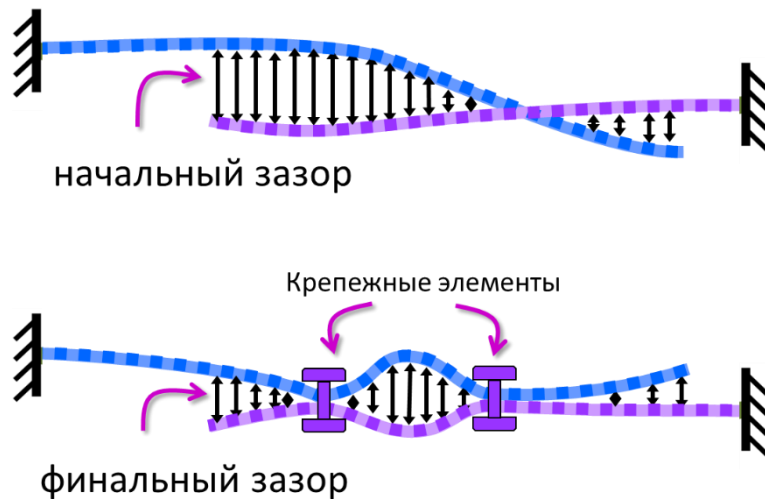
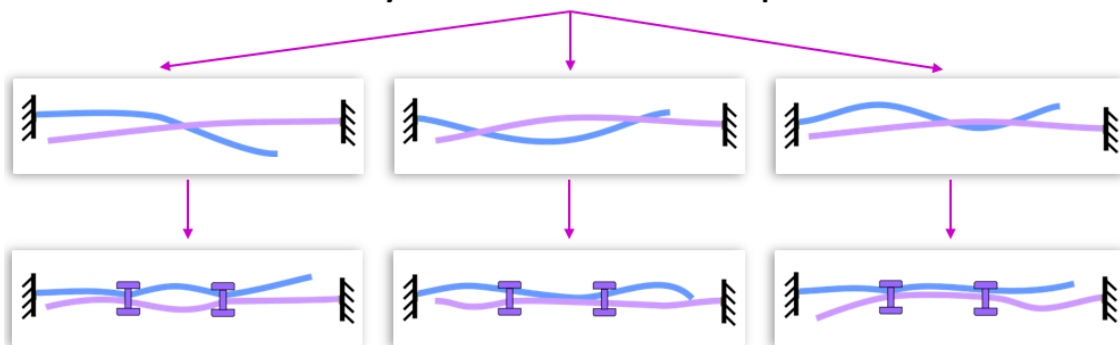


Рис. 1. Начальный и финальный зазоры

### Случайные начальные зазоры



### Набор финальных зазоров

Рис. 2. Схема статистического анализа

Для достоверности результатов проведения такого статистического анализа требуется иметь достаточно большую выборку начальных зазоров между деталями. Получить такую выборку экспериментально в большинстве случаев невозможно,

поэтому требуется использование генеративной математической модели начального зазора. На практике в большинстве случаев для построения модели имеется только малый набор экспериментальных измерений начального зазора. По этой причине

данная статья посвящена описанию возможных моделей начального зазора и сравнению их эффективности при наличии малого набора измерений.

### Методы моделирования начального зазора

Поскольку начальный зазор, в основном, возникает из-за случайной вариативности в форме деталей, он имеет стохастический характер. Для его моделирования предлагается использовать модель случайного поля, которая в общем виде представляется как  $G(x, y) \in \mathbb{R}, (x, y) \in \Omega$  где  $(x, y)$  – это координаты в области возможного контакта между деталями  $\Omega$ . Для получения генеративной модели нужно определить конкретные свойства этого случайного поля.

Первый рассматриваемый метод опирается на представление начального зазора как разложение по базису  $\{e_1(x, y), e_2(x, y), \dots\}, (x, y) \in \Omega$  в пространстве интегрируемых функций для зоны стыка  $L_2(\Omega)$  со случайными коэффициентами  $\lambda_k \in \mathbb{R}, k = 1, \dots$ :

$$G_{MD}(x, y) = \sum_{k=1}^k \lambda_k e_k(x, y), \quad (1)$$

Поскольку мы строим модель для анализа процесса сборки авиационных конструкций, в качестве основы для создания базиса предлагается использовать модальный анализ для рассматриваемых частей с заданными закреплениями, что позволяет получить набор форм трехмерных перемещений деталей, определяющих их характерные колебания. Извлекая из полученных трехмерных перемещений значения, соответствующие перемещениям по нормали к поверхности деталей, мы получаем набор функций  $\{u_1(x, y), u_2(x, y), \dots, u_M(x, y)\}, (x, y) \in \Omega$ . Конечное количество  $M$  таких функций определяется ограниченным размером конечно-элементной сетки деталей, позволяющей без значительных погрешностей численно определить собственные формы только до какого-то предела. Для построения базиса в  $L_2(\Omega)$  можно использовать процедуру ортогонализации Грама-

Шмидта относительно скалярного произведения в пространстве  $L_2(\Omega)$ :  $(u_i, u_j) = \int_{\Omega} u_i(x, y)u_j(x, y)dxdy$ . Вместе с ортогонализацией Грама-Шмидта необходимо фильтровать линейно зависимые функции, иначе они приводят к быстрому росту численной ошибки процедуры ортогонализации. Соответственно, предлагается следующая процедура обработки собственных форм:

Допустим, у нас уже построен набор ортонормированных функций  $\{\bar{e}_1(x, y), \dots, \bar{e}_{n-1}(x, y)\}$ . Для каждой функции  $u_k(x, y)$  проводится следующие шаги:

1. Каждая функция нормируется:  $\bar{u}_k = \frac{u_k}{\sqrt{(u_k, u_k)}}$ .

2. Оценивается вклад проекции этой функции на пространство по уже построенным базисным функциям  $\{\bar{e}_1(x, y), \dots, \bar{e}_{n-1}(x, y)\}$ :

$$D_k = (\bar{u}_k, \bar{u}_k) - \sum_{i=1}^{n-1} (\bar{u}_k, \bar{e}_i)^2 = 1 - \sum_{i=1}^{n-1} (\bar{u}_k, \bar{e}_i)^2, \quad (2)$$

Получается, что  $D_k$  – оставшийся вклад линейно независимой части от рассматриваемой функции. Все функции, для которых этот вклад  $D_k$  меньше заданного предела  $\varepsilon$ , отфильтровываются. Если оставить линейно-зависимые функции, то ортогонализация такой функции приведет к большим численным погрешностям. Соответственно, предел  $\varepsilon$  выбирается на практике так, чтобы избежать больших численных ошибок.

3. Если  $D_k \geq \varepsilon$ , то функцию ортогонализируют по процедуре Грама-Шмидта и добавляют к множеству ортонормированных функций:

$$e_n = \bar{u}_k - \sum_{i=1}^{n-1} (\bar{u}_k, \bar{e}_i)\bar{e}_i, \quad \bar{e}_n = \frac{e_n}{\sqrt{(e_n, e_n)}}. \quad (3)$$

В результате обработки всех собственных форм мы получаем базисный набор функций  $\{\bar{e}_1(x, y), \dots, \bar{e}_N(x, y)\}$ . Пример исходных и полученных таким образом базисных функций для случая процесса сборки крыла показан на рисунке 3.

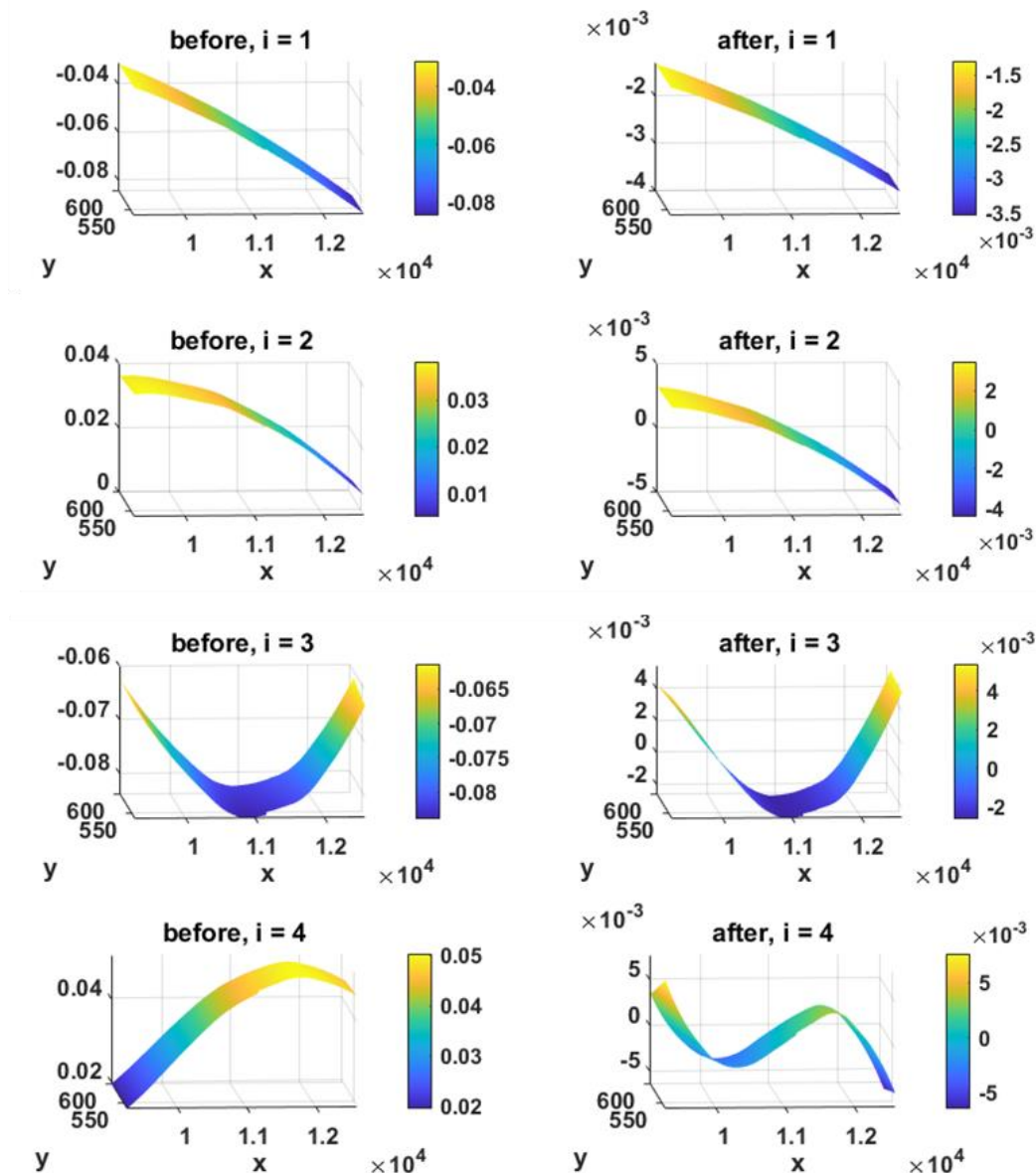


Рис. 3. Пример исходных и преобразованных базисных функций

Для использования модели (1) как генеративной модели необходимо еще определить свойства случайных коэффициентов. При наличии конкретных измерений начального зазора, свойства коэффициентов можно исследовать методом разложения измеренных зазоров в ряд (1). По полученным данным можно оценить среднее  $\mu_k$  и дисперсию  $\sigma_k$  для рассматриваемых коэффициентов и моделировать их как нормальные случайные величины:  $\lambda_k \sim N(\mu_k, \sigma_k)$ .

Во втором методе моделирования начальный зазор представляется как анизотропное Гауссово случайное поле

$\xi(x, y) \in \mathbb{R}$  с заданным средним значением и корреляционной функцией:

$$G_{RF}(x, y) = \xi(x, y), \quad (4)$$

Для этого метода среднее и корреляционная функция случайного поля могут быть оценены с помощью статистических оценок по доступным измерениям [10].

#### Сравнение эффективности методов

В данной статье эффективность методов моделирования начального зазора рассматривалась для конкретного примера: процесса сборки крыла и фюзеляжа [11]. Для этого случая существует достаточно большой набор измерений начального зазора. Этот набор был поделен пополам на

контрольный набор и тестовый набор. Из тестового набора выделялись меньшие выборки заданного размера  $N_s$ , по которым происходила оценка параметров сравниваемых моделей (1) и (4) начального зазора. По каждой модели генерировался набор реализаций начального зазора, который уже может быть использован в статистическом анализе сборки.

В качестве характеристики эффективности моделирования начального зазора рассматривалось распределение величины финального зазора, получаемое в результате статистического анализа сборочного процесса с заданными начальными зазорами. На рисунке 4 приведены примеры

полученных распределений: для контрольного набора измерений «Control set», для зазоров из модели на основе декомпозиции по набору базисных функций «MD set» и для зазоров из модели Гауссова случайного поля «RF set». Указанное  $N_s$  – это размер выборки, по которой оценивались параметры моделей (1) и (4). Проведенные исследования для разных размеров выборок и разных стадий сборочного процесса показали, что для малого числа измерений первый метод моделирования на основе декомпозиции дает большую точность анализа, чем второй метод на основе Гауссова случайного поля.

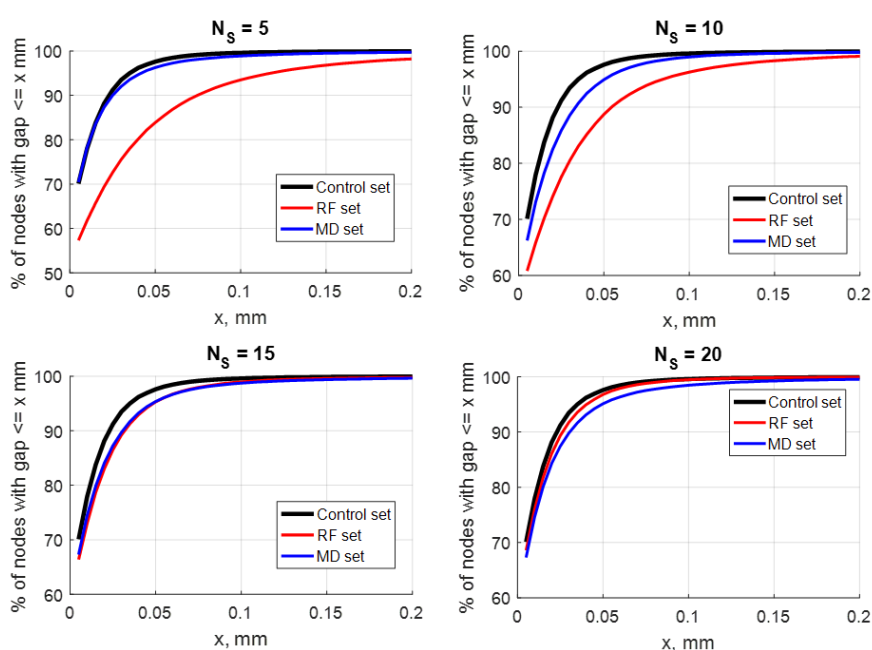


Рис. 4. Распределения финального зазора, полученные в результате статистического анализа

### Заключение

Исследования, проведенные в данной статье, показывают, что точное моделирование начального зазора играет существенную роль в достижении результата анализа сборочного процесса. Применение декомпозиции по набору базисных функций как метод моделирования начального зазора представляется более эффективным подходом к моделированию начального зазора, чем использование Гауссовского случайного поля. Первый метод позволяет учесть характеристики собираемых дета-

лей и, тем самым, повысить точность моделирования даже в случае ограниченного набора измерений. Соответственно, использование более точной модели позволит проводить оптимизацию качества и надежности сборки даже в условиях сильной органичности экспериментальных данных. Такой подход обеспечивает возможность анализа и оптимизации сборочного процесса на этапе проектирования, что приводит к снижению издержек, улучшению производительности и повышению качества конечных изделий.

**Библиографический список**

1. Дмитриев А.Я., Вашуков Ю.А., Митрошкина Т.А. Робастное проектирование и технологическая подготовка производства изделий авиационной техники. – Самара: Изд-во СГАУ, 2016. – 76 с.
2. Wärmefjord K., Söderberg R., Lindau B., Lindkvist L., Lorin S. Joining in nonrigid variation simulation // Computer-aided Technologies. – 2016.
3. Shen Z., Ameta G., Shah J.J., Davidson J.K. A Comparative Study Of Tolerance Analysis Methods // J. Comput. Inf. Sci. Eng. – 2005. – Vol. 5, № 3. – P. 247-256.
4. Söderberg R., Lindkvist L., Wärmefjord K., Carlson J.S. Virtual Geometry Assurance Process and Toolbox // Procedia CIRP. – 2016. – Vol. 43. – P. 3-12.
5. Liu S.C., Hu S.J. Variation simulation for deformable sheet metal assemblies using finite element methods // ASME J. Manuf. Sci. Eng. – 1997. – Vol. 119, № 3. – P. 368-374.
6. Lupuleac S., Petukhova M., Shinder Y., Bretagnol B. Methodology for solving contact problem during riveting process // SAE International Journal of Aerospace. – 2011. – Vol. 4, № 2. – P. 952-957.
7. Stefanova, M., Yakunin, S., Petukhova, M., Lupuleac, S., Kokkolaras, M. An interior-point method-based solver for simulation of aircraft parts riveting // Engineering Optimization. – 2017. – Vol. 50, № 5. – P. 781-796.
8. Stefanova M., Minevich O., Baklanov S., Petukhova M., Lupuleac S., Grigor'ev B., Kokkolaras M. Convex optimization techniques in compliant assembly simulation // Optimisation Engineering. – 2020.
9. Zaitseva N., Pogarskaia T., Minevich O., Shinder J. Simulation of Aircraft Assembly via ASRP Software // SAE Technical Paper. – 2019.
10. Зайцева Н.И., Березин С.В. Оценка параметров гауссовского случайного поля по выборке малого объема, наблюдаемой на дискретном множестве // В сборнике: Неделя науки СПбПУ. Материалы научного форума с международным участием. Институт прикладной математики и механики. – 2016. – С. 233-236.
11. Lupuleac S., Zaitseva N., Stefanova M., Berezin S., Shinder J., Petukhova M., Bonhomme E. Simulation of the Wing-to-Fuselage Assembly Process // Journal of Manufacturing Science and Engineering, Transactions of the ASME. – 2019. – Vol. 141, № 6. – P. 0610091-0610099.

**DECOMPOSITION OF THE INITIAL GAP FOR THE ASSEMBLY ANALYSIS OF FLEXIBLE STRUCTURES**

**N.I. Zaitseva**, Associate Professor

**Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University**  
(Russia, St. Petersburg)

**Abstract.** This article is devoted to a method for modeling the initial gap based on decomposition with the set of orthonormal functions specified for the joint area between parts. The constructing of the basis function set is based on a set of mode shapes of assembled parts. The considered method for modeling the initial gap is compared with another method for modeling the initial gap based on a Gaussian random field. The effectiveness of using these methods is studied for the case of a small sample, that is, a limited set of available measurements of the initial gap. The effectiveness of the methods is compared using a practical example of analyzing the quality of the assembly process for the wing to fuselage junction.

**Keywords:** assembly process, initial gap, compliant parts, reliability theory.