РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ВЫБОРА НАИЛУЧШИХ ВАРИАНТОВ ДРОНОВ С ПОМОЩЬЮ АППРОКСИМАЦИИ РАВНОЦЕННЫХ ВЕКТОРНЫХ ОЦЕНОК

А.П. Ворошилов, *магистрант*
Московский авиационный институт
(Россия, г. Москва)

DOI:10.24412/2500-1000-2023-6-4-99-103

Аннотация. *Рассматривается задача выбора наилучших альтернатив из заданного множества. Каждая альтернатива оценивается по критериям качества. Альтернативы необходимо упорядочить по предпочтительности. Разработан алгоритм, позволивший решить задачу выбора наилучшей модели дрона для наблюдения за местностью на заданном расстоянии. Для решения задачи ранжирования дронов использовался разработанный метод выбора алгоритма построения агрегированной оценки дронов по критериям. Весовые коэффициенты важности критериев находились методом, использующим полученную от лица, принимающего решение информацию о равноценных векторных оценках альтернатив. Полученное решение задачи оптимального выбора позволило ранжировать дроны с учётом важности всех критериев качества.*

Ключевые слова: *ранжирование альтернатив, аппроксимация, векторные оценки, свёртка, метод наименьших квадратов, оптимальный выбор, критерии качества.*

В последнее время проблемы многокритериального принятия решений становятся все более актуальными. Возможность получения и необходимость обработки большого объема исходной информации не позволяют осуществить выбор, основываясь только на интуиции лица, принимающего решения (ЛПР).

Появилась потребность в разработке математически обоснованных методов и алгоритмов, позволяющих доверить процесс выбора оптимальных вариантов программной системе.

Часто в качестве решающего правила в программных системах многокритериального выбора необоснованно выбирают аддитивную свертку оценок по критериям. В работе показано, как правильно выбрать решающее правило на основе предпочтений лица, принимающего решения, и на его основе упорядочить рассматриваемые альтернативы по предпочтению.

Дано. Рассматривается задача, в которой альтернативы из множества $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ оцениваются по критериям качества $K = \{K_1, K_2, \dots, K_m\}$ с числовыми шкалами $X = \{X_1, X_2, \dots, X_m\}$ и каждой альтернативе ставится в соответствие векторная оценка, т.е. существует отображение
$\varphi\colon A \to (X_1 \times X_2 \times \dots \times X_m)$.

Требуется. Обосновать выбор решающего правила и на его основе упорядочить альтернативы по предпочтительности.

Определение. Функцией ценности (полезности) $v(x_1, x_2, \dots, x_m)$ называется функция, которая каждой точке (векторной оценке) $< x_1, x_2, \dots, x_m > \ \in (X_1 \times X_2 \times \dots \times X_m)$ ставит в соответствие действительное число, причем:

$$< x_1, x_2, \dots, x_m > \ \sim \ < y_1, y_2, \dots, y_m > \ \Leftrightarrow v(x_1, x_2, \dots, x_m) == v(y_1, y_2, \dots, y_m),$$
$$< x_1, x_2, \dots, x_m > \ \succ \ < y_1, y_2, \dots, y_m > \Leftrightarrow v(x_1, x_2, \dots, x_m) > v(y_1, y_2, \dots, y_m).$$

Таким образом, значения функции ценности используются для ранжирования альтернатив по предпочтительности. Ранжирование, если значения функций для некоторых векторных оценок альтернатив совпадают, может быть нестрогим.

Выделяют особый вид функции ценности – свертка оценок по критериям. Свертка локальных критериев бывает аддитивной, параболической, мультипликативной и т.д.

Свертка может содержать весовые коэффициенты важности критериев $k_1, k_2, \dots, k_m$. Обычно требуется, чтобы для весовых коэффициентов выполнялось условие $\sum_{i=1}^{m} k_i = 1$.

Приведём примеры свертки критериев (таблица 1).

Таблица 1. Примеры свёрток

Мультипликативная	$v(x_1, x_2, \dots, x_m) = \prod_{i=1}^{m} (x_i)^{k_i}$
Аддитивная	$v(x_1, x_2, \dots, x_m) = \sum_{i=1}^{m} k_i x_i$
Параболическая (в случае двух критериев)	$v(x_1, x_2, \dots, x_m) = \sum_{i=1}^{m} k_i (x_i)^{(m+1)-i}$

<u>Выбор вида свертки и нахождение весовых коэффициентов важности критериев</u>

Будем использовать такой метод:

1. ЛПР выбирает из специально подобранных векторных оценок равноценные.
2. Оценки приводятся к единой шкале по формулам (и те, что изначально были получены от ЛПР, и равноценные, которые были получены в результате диалога с ЛПР):

$x_{j\text{одн}} = x_j^i / x_{max}^i$, если оценки по шкале критерия максимизируются.

$x_{j\text{одн}} = x_{min}^i / x_j^i$, если оценки по шкале критерия минимизируются.

$j = 1, \dots, n$ (строки – альтернативы); $i = 1, \dots, m$ (столбцы – критерии).

3. Аппроксимируются полученные оценки с заданной точностью кривыми, поверхностями и т.д.
4. Находятся весовые коэффициенты.
5. Подставляются коэффициенты в выбранную свертку и получается ранжирование альтернатив по предпочтительности.

Выбор вида свертки, а также нахождение весовых коэффициентов важности критериев осуществляется в диалоговом режиме с ЛПР. Вторая сторона диалога – аналитик, специалист по теории принятия решений (программная система).

<u>Выбор вида свертки</u>

1. Полученные от ЛПР равноценные векторные оценки, представляющие собой точки в многокритериальном пространстве, аппроксимируются с определенной точностью прямой линией и параболой (в случае двух критериев). Возможность применения мультипликативной свёртки определяется прямой, которая аппроксимирует логарифмы векторных оценок. В случае трёх критериев сами оценки и логарифмы оценок аппроксимируются плоскостью. Аппроксимация выполняется с заданной точностью. Используется метод наименьших квадратов. Точность оценивается с помощью среднеквадратичной ошибки MSE.
2. Выбор свёртки осуществим следующим образом: при какой аппроксимации получилась наименьшая ошибка MSE, такой вид свёртки и выбираем для ранжирования альтернатив по предпочтительности.
3. Если заданная точность не была достигнута, то при необходимости точность аппроксимации может быть уменьшена.
4. Если ЛПР согласен с выбором метода решения, то упорядочиваются альтернативы согласно формулам сверток, предварительно приведя шкалы критериев к однородным.

<u>Выявление равноценных векторных оценок. Диалог с ЛПР</u>

Равноценные векторные оценки альтернатив находим в диалоге с ЛПР: задаём значения оценки альтернативы по одному из критериев, а затем ЛПР устанавливает компенсацию (уступки) по шкале другого критерия, чтобы полученные векторные оценки были равноценны.

Например, для двух критериев задаются следующие вопросы (методика разработана Р.Л. Кини и Х. Райфа) (табл. 2):

Заполните выделенные графы таблицы так, чтобы полученные векторные оценки альтернатив были для Вас равноценны:

Таблица 2. Диалог с ЛПР при двух критериях

Критерии/альтернативы	К 1	К 2
Векторная оценка 1	1-худшая	1000-лучшая
Векторная оценка 2	4	?
Векторная оценка 3	7	?
Векторная оценка 4	10-лучшая	?

Аналогично выявляется информация о равноценных векторных оценках для трёх критериев. Заметим, что отвечать на подобные вопросы при большом количестве критериев непросто для ЛПР. Для легкости восприятия ЛПР пары векторных оценок различаются по двум критериям, а по остальным берутся одинаковые средние значения.

Например, для трех критериев задаются следующие вопросы (табл. 3):

Заполните выделенные графы таблицы так, чтобы полученные векторные оценки альтернатив были для Вас равноценны:

Таблица 3. Диалог с ЛПР при трёх критериях

Критерии/альтернативы	К 1	К 2	К 3
Векторная оценка 1	5-средняя	6000-средняя	5-средняя
Векторная оценка 2	5-средняя	10000-худшая	?
Векторная оценка 3	?	6000-средняя	1-худшая
Векторная оценка 4	1-худшая	?	5-средняя
Векторная оценка 5	5-средняя	?	10-лучшая

Оценка точности аппроксимации при двух критериях (табл. 4)

Таблица 4. Оценка точности аппроксимации при двух критериях

$MSE = \frac{1}{l}\sum_{i=1}^{l}\left(y_i - (kx_i + b)\right)^2$	Оценка точности аппроксимации при аппроксимации прямой равноценных оценок (для оценки возможности применения аддитивной свёртки)
$MSE = \frac{1}{l}\sum_{i=1}^{l}\left(y_i - (-ax_i^2 + b)\right)^2$	Оценка точности аппроксимации при аппроксимации параболой равноценных оценок (для оценки возможности применения параболической свёртки)
$MSE = \frac{1}{l}\sum_{i=1}^{l}\left(y_i - \sqrt[k_2]{\frac{v}{x_i^{k_1}}}\right)^2$ $v = e^{k_2 b}$	Оценка точности аппроксимации при аппроксимации прямой логарифмов равноценных оценок (для оценки возможности применения мультипликативной свёртки)

Оценка точности аппроксимации при трёх критериях (табл. 5)

Таблица 5. Оценка точности аппроксимации при трёх критериях

$MSE = \frac{1}{l}\sum_{i=1}^{l}\left(z_i - (ax_i + by_i + c)\right)^2$	Оценка точности аппроксимации при аппроксимации плоскостью равноценных оценок (для оценки возможности применения аддитивной свёртки)
$MSE = \frac{1}{l}\sum_{i=1}^{l}\left(z_i - \sqrt[k_3]{\frac{v}{x_i^{k_1} y_i^{k_2}}}\right)^2$ $v = e^{k_3 c}$	Оценка точности аппроксимации при аппроксимации плоскостью логарифмов равноценных оценок (для оценки возможности применения мультипликативной свёртки)

Пример выбора наилучшей модели дрона для наблюдения за местностью на определенном расстоянии

ЛПР даёт оценки восьми моделей дронов по трём критериям качества: стоимость, дальность полёта, качество съёмки (табл. 6).

Таблица 6. Информация о дронах от ЛПР

Критерии/альтернативы	Стоимость, тыс. рублей	Дальность полёта, км	Качество съёмки, баллов
DJI Mavic 3	350	15	7
DJI Mini 3 Pro	110	9	4
Autel EVO Lite Plus Premium Bundle	200	12	6
DJI Mavic 3 Thermal	680	15	9
DJI Matrice 30T	1550	15	10
DJI Phantom 4 RTK	500	7	8
Autel EVO Nano Plus Premium Bundle	112	8	6
Autel EVO II Dual 640T Enterprise	750	13	9
Max/Min	min	max	max

Реализуем вышеописанные действия и проводим аппроксимацию плоскостью полученных равноценных точек и их логарифмов и получаем (табл. 7).

Таблица 7. Результаты проведённых аппроксимаций

Аппроксимации плоскостью равноценных оценок	**Аппроксимации плоскостью логарифмов равноценных оценок**
Коэффициенты плоскости: $a \approx -0.485, b \approx -0.66, c \approx 1.4$	Коэффициенты плоскости: $a \approx -0.375, b \approx -0.8, c \approx -1.1$
Весовые коэффициенты: $k_1 \approx 0.226, k_2 \approx 0.308, k_3 \approx 0.466$	Весовые коэффициенты: $k_1 \approx 0.172, k_2 \approx 0.368, k_3 \approx 0.46$
Точность аппроксимации: $MSE = \frac{1}{l}\sum_{i=1}^{l}\left(z_i - (ax_i + by_i + c)\right)^2 \approx \mathbf{0.00327}$	Точность аппроксимации: $MSE = \frac{1}{l}\sum_{i=1}^{l}\left(z_i - \sqrt[k_3]{\frac{e^{k_3 c}}{x_i^{k_1} y_i^{k_2}}}\right)^2 \approx \mathbf{0.00415}$

Ранжируем альтернативы в соответствии со значениями функции полезности в виде аддитивной свёртки:

$$v(\text{DJI Mavic 3}) = k_1 \cdot \frac{110}{350} + k_2 \cdot 1 + k_3 \cdot \frac{7}{10} = 0.7050286085$$

…

$$v(\text{Autel EVO II Dual 640T Enterprise}) = k_1 \cdot \frac{110}{750} + k_2 \cdot \frac{13}{15} + k_3 \cdot \frac{9}{10} = 0.7193283618$$

Итоговое ранжирование: DJI Matrice 30T ⟶ DJI Mavic 3 Thermal ⟶ Autel EVO II Dual 640T Enterprise ⟶ DJI Mavic 3 ⟶ Autel EVO Nano Plus Premium Bundle ⟶ Autel EVO Lite Plus Premium Bundle ⟶ DJI Mini 3 Pro ⟶ DJI Phantom 4 RTK. Можно сделать вывод, что лучшей является альтернатива DJI Matrice 30T.

Библиографический список

1. Кини, Р.Л. Принятие решений при многих критериях: предпочтения и замещения / Р.Л. Кини, Х. Райфа; [перевод с английского В.В. Подиновского]. – М.: Радио и связь, 1981. – 560 с.
2. Парето-оптимальные решения многокритериальных задач: монография / В.В. Подиновский, В.Д. Ногин; Главная редакция физико-математической литературы. – М.: Наука, 1982. – 256 с.
3. Смерчинская С.О., Яшина Н.П. Шкалы критериев и выбор метода принятия решений: учеб. пособие для студ. вузов. – 2023.
4. Подиновский В.В. Идеи и методы теории важности критериев в многокритериальных задачах принятия решений: монография. – М.: Наука, 2019. – 103 с.
5. Агрегирование предпочтений с учетом важности критериев / С.О. Смерчинская, Н.П. Яшина // Труды МАИ. – 2015. – №84.
6. Агрегирование предпочтений в многокритериальных задачах / С.О. Смерчинская, Н.П. Яшина // Вестник МАИ. – 2013. – № 2. – С. 219-225.

SOLVING THE PROBLEM OF SELECTING THE BEST OPTIONS FOR DRONES USING APPROXIMATION OF EQUIVALENT VECTOR ESTIMATES

A.P. Voroshilov, *Graduate Student*
Moscow Aviation Institute
(Russia, Moscow)

Abstract. *The problem of choosing the best alternatives from a given set is considered. Each alternative is evaluated according to quality criteria. The alternatives must be ordered in order of preference. An algorithm has been developed that has made it possible to solve the problem of choosing the best drone model for observing the terrain at a given distance. To solve the problem of ranking drones, the developed method for choosing an algorithm for constructing an aggregated assessment of drones by criteria was used. The weight coefficients of the importance of the criteria were found by a method using information received from the decision maker about equivalent vector estimates of alternatives. The resulting solution to the optimal choice problem made it possible to rank the drones taking into account the importance of all quality criteria.*

Keywords: *ranking of alternatives, approximation, vector estimates, convolution, least squares method, optimal choice, quality criteria.*