

О ЗАКОНАХ СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ В НЬЮТОНОВСКОЙ МЕХАНИКЕ

А.В. Запорожец, *д-р техн. наук, профессор*
Независимый исследователь
 (Россия, г. Москва)

DOI:10.24412/2500-1000-2023-3-2-109-115

Аннотация. Для произвольной механической системы показана теоретическая возможность существования множества различных «законов сохранения энергии» и получены два из них. Одно из этих соотношений при одинаковой размерности отличается от общеизвестного «закона сохранения энергии» своими свойствами и номинальными значениями».

Ключевые слова: фазовое пространство, неявные формы, закон сохранения энергии.

Как следует из названия статьи, настоящая работа посвящена констатации факта существования множества различных соотношений, подобных ‘закону сохранения энергии’ (ЗСЭ), при одних и тех же движениях системы тел/материальных точек (м/т). Значимость приведенного заключения подчеркивается тем, что до настоящего момента известен и хорошо исследован единственный ЗСЭ. Ценность этого ЗСЭ (как и любого другого соотношения в виде уравнения сохранения) состоит в том, что он «позволяет рассмотреть общие свойства движения без решения уравнений и детальной информации о развитии процессов во времени» [1, с. 128]. В этой связи рассмотрение других ЗСЭ существенно расширяет возможности подобных исследований.

На возможность формирования других энергетических описаний в принципе указывалось в [2, с. 166], полагая, что надо “найти такое выражение для функции энергии, которое бы не зависело от времени и которое бы находилось в согласии с уравнением $F = ma$ ”. Однако авторы в итоге рассматривали общеизвестный ЗСЭ.

В работе сформулированная выше задача решается в два этапа. На первом этапе с общих позиций для одной и той же системы взаимодействующих тел доказывалась возможность существования множества различных соотношений, подобных ЗСЭ. На втором этапе при рассмотрении движений в замкнутой системе конечного числа взаимодействующих тел находятся два различных соотношения из множества

возможных ЗСЭ. Важным аспектом рассмотрения различных ЗСЭ является их сопоставимость. Под сопоставимостью в данном случае понимается одинаковость структуры ЗСЭ и одинаковость размерностей.

Но прежде, чем двигаться далее, необходимо ответить (хотя бы для себя) на вопрос, что такое ‘энергия’? К сожалению, несмотря на долгую предысторию, в физике нет единого ответа на этот вопрос. Так в работе [3, с. 156] полагают, что ‘энергия’ “никогда не создается и не уничтожается, она может только переходить из одной формы в другую”. Такой же точки зрения придерживаются и в ([4, с. 210-211], [5, с. 115]). В противовес этой точки зрения, другой и очень уважаемый автор [6, с. 72, 74] отмечает, что “физике сегодняшнего дня неизвестно, что такое энергия”, и что “закон сохранения энергии – это, по существу, математический принцип, утверждающий, что существует определенная величина, которая не меняется ни при каких превращениях, существующих в природе”. И наконец, в работе [5, с. 124] уже конкретно утверждается, что “уравнение фазовой траектории представляет собой уравнение закона сохранения энергии”. Однако при рассмотрении последнего утверждения имеются особенности, которые нужно учитывать. Суть состоит в том, в каком виде (в явном или неявном) рассматривается уравнение фазовой траектории. К сожалению, представить фазовую траекторию в явном виде – это математически непростая задача. Гораздо проще

фазовая траектория представляется в неявном виде. Более того, для единственной фазовой траектории, представляемой в явном виде, можно указать множество неявных форм, частным случаем которых могут быть соотношения, подобные ‘закону сохранения энергии’. Это и определяет возможность существования множества различных соотношений, подобных общеизвестному ЗСЭ.

Начнем с простых пояснений. Напомним, что ‘фазовая траектория’ – это геометрическое место точек в ‘фазовом пространстве’, представляющем скоростные и координатные параметры движения системы в каждый момент времени. В простейшем одномерном случае взаимодействия двух тел размерность фазового пространства $[v_1, v_2, x_1, x_2]$ равна 4. Для каждого тела фазовые траектории $v_1 = f_1(x_1, x_2)$ и $v_2 = f_2(x_1, x_2)$ в явном виде отображаются в трех мерных пространствах с координатами (v_1, x_1, x_2) и (v_2, x_1, x_2) , где x_i есть координата, а v_i скорость i -ого тела в один и тот же момент времени. Введем некие взаимно однозначные преобразования $\varphi_i(arg)$ и применим их к обеим частям соотношений $v_i = f_i(x_1, x_2)$ соответственно. Получим новые соотношения $\varphi_i(v_i) = \varphi_i(f_i(x_1, x_2))$. Теперь вычтем и прибавим к координатным составляющим произвольные постоянные величины C_i . Получим для каждого i зависимости $\varphi_i(v_i) = [\varphi_i(f_i(x_1, x_2)) - C_i] + C_i$ или $\varphi_i(v_i) + [C_i - \varphi_i(f_i(x_1, x_2))] = C_i$. Обозначим скоростную (‘кинетическую’) составляющую $T_i = \varphi_i(v_i)$, а координатную составляющую $U_i = [C_i - \varphi_i(f_i(x_1, x_2))]$. Следствием этого являются две неявные формы представления фазовых траектории $v_i = f_i(x_1, x_2)$ как суммы ‘скоростной’ и ‘координатной’ составляющих вида $T_i + U_i = C_i$ для каждого i . Самый простой способ объединить эти параметрические соотношения в единую зависимость есть их сложение: $T = T_1 + T_2$, $U = U_1 + U_2$, $C = C_1 + C_2$. В итоге в 4-х мерном пространстве $[v_1, v_2, x_1, x_2]$ возникает в виде традиционного ‘закона сохранения’ соотношение

$T + U = C$, где $T = T(v_1, v_2)$, $U = U(x_1, x_2)$. Легко видеть, что вводя различные преобразования $\varphi_i(arg)$ и постоянные C_i , можно получить бесчисленное количество ‘законов сохранения’ вида $T + U = C$. Изложенное относительно просто распространяется на случай рассмотрения неявных форм представления единственной фазовой траектории, описывающей движения n взаимодействующих тел в $6n$ мерном пространстве [скорости-координаты] $(v_1, v_2, \dots, v_n) = \Theta(r_1, r_2, \dots, r_n)$.

Таким образом, при рассмотрении неявных форм представления единственной фазовой траектории возможно появление множества различных соотношений, подобных ‘закону сохранения энергии’.

Теперь можно перейти ко второй части. В рамках моделей классической механики движения n взаимодействующих тел представляется n траекториями $r_i(t)$ в четырехмерном пространстве [координаты-время]. Другой способ представления этих же движений возникает при переходе в ‘фазовое’ пространство, в котором вместо n траекторий в пространстве [координаты-время] рассматривается единственная фазовая траектория в $6n$ мерном пространстве [скорости-координаты] $(v_1, v_2, \dots, v_n) = \Theta(r_1, r_2, \dots, r_n)$.

Так как целью настоящей работы является установление факта существования для одной и той же механической системы нескольких различных соотношений, подобных ‘закону сохранения энергии’, то некритичными будут некоторые допущения, которые упростят записи.

Первое допущение будет состоять в использовании моделей только классической и Ньютоновской механики, включая абстракцию (или модель) материальной точки (м/т), для описания замкнутой механической системы с произвольным количеством взаимодействующих элементов.

Второе допущение будет состоять в рассмотрении ‘одномерной’ задачи. Это означает, что уравнения движений всех м/т системы должны быть записаны в двумерном пространстве ‘координата – время’ $[x, t]$. При этом все м/т будут располагать-

ся на некоторой оси X , все силы, скорости и ускорения будут направлены вдоль этой же оси. Определяя на оси X начало координат, получаем возможность указать координату ' x ' для каждой м/т. Пронумеруем все м/т так, чтобы $x_{i+1} > x_i$, $i = 1, 2, \dots, (n-1)$. Рассматривая движения всех м/т в соответствии со вторым законом Ньютона, можно описать движения всех точек системы в виде системы n дифференциальных уравнений (ДУ) $m_i \ddot{x}_i(t) = F_i$, где $i = 1, \dots, n$ и где F_i есть сила, действующая на i -тую м/т. С другой стороны, каждая м/т взаимодействует с остальными $(n-1)$ м/т системы, что позволяет записать $F_i = \sum_{k=1, k \neq i}^n F_{ik} = \sum_{k=1}^{i-1} F_{ik} + \sum_{k=i+1}^n F_{ik}$, где F_{ik} есть сила, действующая на i -тую м/т со стороны k -той м/т. Всего таких сил будет четное число $[n(n-1)]$. В соответствии с третьим законом Ньютона в замкнутой системе n взаимодействующих м/т каждой силе F_{ij} будет соответствовать сила $F_{ji} = -F_{ij}$. Назовем 'силами действия' такие F_{ij} , для которых $j > i$. Всего 'сил действия' будет $[\frac{n(n-1)}{2}]$. Соответственно силы F_{ji} будут называться 'силами противодействия'. Выражая все 'силы противодействия' через 'силы действия', получим $F_i = -\sum_{k=1}^{i-1} F_{ki} + \sum_{k=i+1}^n F_{ik}$.

Если бы все силы 'действия' F_{ij} были бы известны, то несложно найти все решения системы ДУ. Однако в большинстве

случаев эти силы неизвестны. В этой связи введем третье допущение (ограничение), предположив, что каждая сила F_{ij} будет являться непрерывной и ограниченной функцией f_{ij} расстояния δ_{ij} между взаимодействующими точками, т.е. $F_{ij} = f_{ij}(\delta_{ij})$. Очевидно, что число таких 'расстояний' будет равно количеству сил 'действия', т.е. $[\frac{n(n-1)}{2}]$. В нашем случае расстояние δ_{ij} определяться, как $\delta_{ij} = (x_j - x_i) > 0$, где $j > i$ и, естественно, $x_j > x_i$. В этом смысле $\delta_{ij} = d_1(x, y) = |x - y|$, где $x = x_i$, $y = x_j$ и где d_1 есть метрика [7, с. 27]. Т.е. расстояние δ_{ij} удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к метрическому отображению неупорядоченных пар элементов множества $[x]$ на действительную полуось R^+ . Упоминание о метрических свойствах расстояния δ_{ij} целесообразно в связи с тем, что в дальнейшем будут рассматриваться дифференциальные уравнения в отношении δ_{ij} , которые будут называться 'метрическими уравнениями'. Укажем еще на одно свойство 'расстояний', которое будет называться 'кинематическим' свойством. Указанное свойство состоит в возможности операций сложения 'расстояний', а именно: для $r > j > i$ имеет место $\delta_{ij} + \delta_{jr} = \delta_{ir}$.

Имея в виду третье допущение, можем записать, что

$$m_i \ddot{x}_i = -\sum_{k=1}^{i-1} f_{ki}(\delta_{ki}) + \sum_{k=i+1}^n f_{ik}(\delta_{ik}) \quad i = 1, \dots, n, \quad (1)$$

где $\delta_{ki} = (x_i - x_k)$ для $k < i$ и $\delta_{ik} = (x_k - x_i)$ для $k > i$. Дифференциальные уравнения системы (1) записаны в пространстве 'координата - время' и, если не рассматривать особых случаев, относятся к обыкновенным ДУ, решения которых существуют и единственны.

Другой способ описания движений в системе n взаимодействующих м/т состоит в рассмотрении 'расстояний' $\delta_{ij} = (x_j - x_i)$, для всех i и $j > i$. Отметим, что

$$\begin{aligned} \dot{\delta}_{ij} &= \frac{d\delta_{ij}}{dt} = v_{\delta_{ij}} = (\dot{x}_j - \dot{x}_i) = \\ &= \left(\frac{dx_j}{dt} - \frac{dx_i}{dt} \right) = (v_j - v_i). \text{ Кроме того, } \ddot{\delta}_{ij} = \\ &= (\ddot{x}_j - \ddot{x}_i) = \frac{dv_{\delta_{ij}}}{dt} = \frac{d(v_j - v_i)}{dt} \quad \text{и} \quad d\delta_{ij} = \\ &= dx_j - dx_i. \end{aligned}$$

Возвращаясь к исходной системе ДУ, запишем $\ddot{x}_i = \frac{1}{m_i} F_i$ и $\ddot{x}_j = \frac{1}{m_j} F_j$. Теперь

$$\ddot{\delta}_{ij} = (\ddot{x}_j - \ddot{x}_i) = \frac{1}{m_j} F_j - \frac{1}{m_i} F_i \quad \text{или}$$

$$(m_i m_j) \ddot{\delta}_{ij} = [(+m_i) F_j + (-m_j) F_i] \quad (2),$$

где $F_i = -\sum_{k=1}^{i-1} f_{ki}(\delta_{ki}) + \sum_{k=i+1}^n f_{ik}(\delta_{ik})$ и $F_j = -\sum_{k=1}^{j-1} f_{kj}(\delta_{kj}) + \sum_{k=j+1}^n f_{jk}(\delta_{jk})$. $i = 1, \dots, n-1$, $j > i$, $j = 2, \dots, n$. Будем называть уравнения системы (2) ‘метрическими дифференциальными уравнениями’.

Теперь можно перейти от пространства ‘координата – время’ $[x, t]$, в котором представлены уравнения систем (1), (2), к фазовому пространству ‘скорости – координаты’ $[v_1, \dots, v_n, x_1, \dots, x_n]$. Один из стандартных способов такого перехода [8, с. 267 – 269], [9, с. 40], [1, с. 132] состоит

$$\int m_i v_i dv_i = -\sum_{k=1}^{i-1} \int f_{ki}(x_i - x_k) dx_i + \sum_{k=i+1}^n \int f_{ik}(x_k - x_i) dx_i \quad (3),$$

где $i = 1, \dots, n$.

Проблема состоит в том, что каждый интеграл в правой части i -того уравнения представляет собой интеграл от функции двух зависимых переменных по одной из этих переменных. При этом среди интегралов от силы ‘действия’ $F_{ik} = f_{ik}(x_k - x_i)$ в i -том уравнении системы (3) при $k = j > i$ найдется $\int f_{ij}(x_j - x_i) dx_i$. В то же время в j -том уравнении системы (3) $\int m_j v_j dv_j = -\sum_{k=1}^{j-1} \int f_{kj}(x_j - x_k) dx_j + \sum_{k=j+1}^n \int f_{jk}(x_k - x_j) dx_j$ среди интегралов от силы ‘действия’ $F_{kj} = f_{kj}(x_j - x_k)$ при $k = i < j$ найдется $-\int f_{ij}(x_j - x_i) dx_j = \int f_{ij}(x_j - x_i) (-dx_j)$.

$\int m_i v_i dv_i = m_i \frac{v_i^2}{2} + C_{v_i}$ и $\int f_{ij}(\delta_{ij}) d\delta_{ij} = \Phi_{ij}(\delta_{ij}) + C_{(\delta_{ij})} = \Phi_{ij}(x_j - x_i) + C_{(\delta_{ij})}$, что позволяет записать

$$\sum_{i=1}^n m_i \frac{v_i^2}{2} + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \Phi_{ij}(x_j - x_i) = C_1 \quad (5).$$

Это – неявная форма представления фазовой траектории $(v_1, v_2, \dots, v_n) = \Theta(x_1, x_2, \dots, x_n)$.

Обратим внимание, что общий вид неявной формы (5) это – уравнение сохранения, что имеется группа ‘скоростных’ параметров, традиционно обозначаемая как $T_1 = \sum_{i=1}^n m_i \frac{v_i^2}{2}$, что имеется группа ‘координатных’ параметров, тоже традиционно обозначаемая как $U = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \Phi_{ij}(x_j - x_i)$, и, наконец, сум-

во введении в исходные ДУ второго порядка ‘скоростных’ переменных и исключении времени. Это приводит (если не вводить дополнительные преобразования) к формированию системы ДУ первого порядка в пространстве ‘скорости – координаты’, которые должны быть проинтегрированы.

Начнем с рассмотрения уравнений системы (1), введя скорости $v_i = \frac{dx_i}{dt}$, избавляясь от времени и интегрируя. В итоге получим

Если все уравнения системы (3) сложить, то получим (при суммировании в правых частях по всем ‘силам действия’): $\sum_{i=1}^n \int m_i v_i dv_i = -\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \int f_{ij}(x_j - x_i) (dx_j - dx_i)$. Или учитывая упомянутые ранее $\delta_{ij} = (x_j - x_i)$ и $d\delta_{ij} = (dx_j - dx_i)$, будем иметь $\sum_{i=1}^n \int m_i v_i dv_i = -\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \int f_{ij}(\delta_{ij}) d\delta_{ij}$ (4), где в правой части представлены только ‘силы действия’. Так как, согласно третьему допущению, функция $f_{ij}(\delta_{ij})$ является непрерывной и ограниченной функцией расстояния δ_{ij} , то интегралы в левой и в правой частях (4) находятся обычным способом:

му постоянных интегрирования можно обозначить как $E_1 = C_1$. Все это позволяет ввести соотношение, подобное ‘закону сохранения энергии’ $T_1 + U = E_1$. Необходимо подчеркнуть, что неявная форма (5) полностью соответствует общеизвестному ‘закону сохранения энергии’. Кроме этого отметим, что также как и для общеизвестного ‘закона сохранения энергии’ имеет место

$$F_{ij} = \frac{\partial U}{\partial \delta_{ij}} \quad (6).$$

Более того, имея в виду представление $F_i = -\sum_{k=1}^{i-1} F_{ki} + \sum_{k=i+1}^n F_{ik}$, можно записать, что $F_{ik} = \frac{\partial U}{\partial \delta_{ik}}$, $F_{ki} = \frac{\partial U}{\partial \delta_{ki}}$ и $F_i = -\sum_{k=1}^{i-1} \frac{\partial U}{\partial \delta_{ki}} + \sum_{k=i+1}^n \frac{\partial U}{\partial \delta_{ik}}$.

$$m_i m_j v_{\delta_{ij}} \frac{dv_{\delta_{ij}}}{d\delta_{ij}} = [(+m_i)F_j + (-m_j)F_i] \text{ или } m_i m_j v_{\delta_{ij}} dv_{\delta_{ij}} = [(+m_i)F_j + (-m_j)F_i] d\delta_{ij} \quad (7).$$

Спецификой дифференциального уравнения (7) является то, что для указанных диапазонов i и j это уравнение прямо не интегрируется из-за того, что в F_i и в F_j входят силы, действующие на расстояниях δ_{kj} , δ_{jk} , δ_{ki} , δ_{ik} , отличных от расстояния δ_{ij} , на котором должно происходить интегрирование. Проблема становится разрешимой, если просуммировать уравнения (7) для всех i и $j > i$. Общее количество слагаемых в левой части такой

Теперь вернемся к уже рассмотренным ранее описаниям системы в виде системы дифференциальных уравнений (2). Вводя скоростные координаты и избавляясь от времени, получим аналог дифференциального уравнения (2) в фазовом пространстве

сумме есть $\left[\frac{n(n-1)}{2} \right]$. Подобное суммирование можно проводить разными способами, одним из которых использован в (5). Используя такой порядок суммирования, получим $\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n m_i m_j v_{\delta_{ij}} dv_{\delta_{ij}} = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n [(+m_i)F_j + (-m_j)F_i] d\delta_{ij}$. Если обозначить $\Psi_{ij} = [(+m_i)F_j + (-m_j)F_i] d\delta_{ij}$, то итоговое соотношение примет вид

$$\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n m_i m_j v_{\delta_{ij}} dv_{\delta_{ij}} = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \Psi_{ij} \quad (8).$$

Раскрывая выражения в правой части по всем 'расстояниям' δ_{kj} , δ_{jk} , δ_{ki} , δ_{ik} , найдем, что составляющая Ψ_{ij} в (7) равна $(-MF_{ij}d\delta_{ij})$, где M есть масса всех мате-

риальных точек системы. В этом случае выражение (7) оказывается вполне интегрируемым

$$\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n m_i m_j v_{\delta_{ij}} dv_{\delta_{ij}} = -\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n MF_{ij}d\delta_{ij} \text{ или } \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \int \frac{m_i m_j}{M} v_{\delta_{ij}} dv_{\delta_{ij}} = -\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \int F_{ij}d\delta_{ij} \quad (9),$$

$$\text{что дает } \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \frac{m_i m_j (v_j - v_i)^2}{2M} + C_{v_{\delta_{ij}}} = -\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n (\Phi_{ij}(\delta_{ij}) + C_{(\delta_{ij})}) \text{ и}$$

$$\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \frac{m_i m_j (v_j - v_i)^2}{2M} + \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \Phi_{ij}(x_j - x_i) = C_2 \quad (10).$$

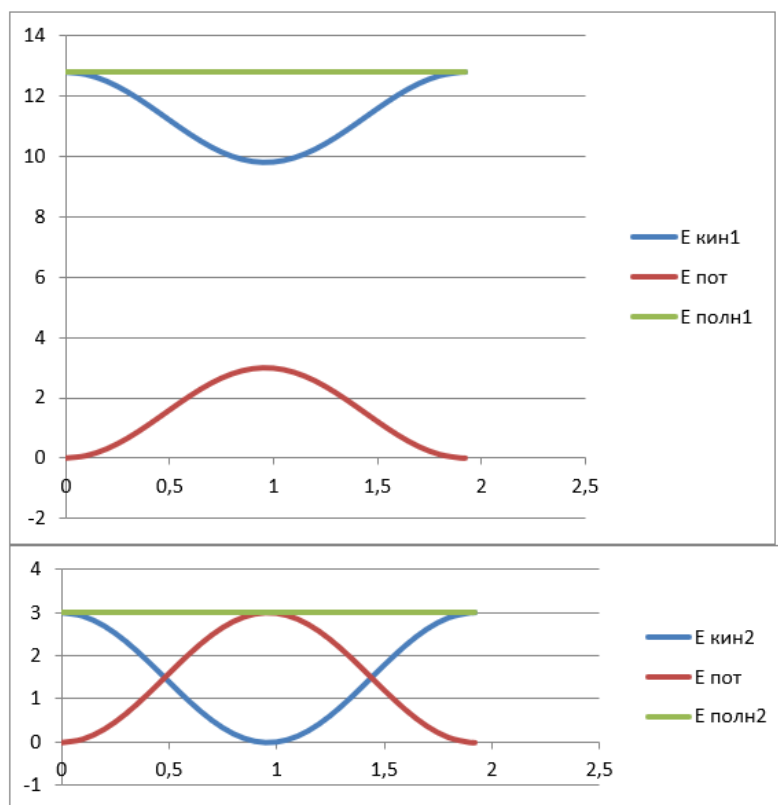
Обратим внимание, что соотношение (10) это другая неявная форма представления фазовой траектории $(v_1, v_2, \dots, v_n) = \Theta(x_1, x_2, \dots, x_n)$. При этом, общий вид неявной формы (10) – это уравнение сохранения, что имеется группа 'скоростных' параметров в традиционном виде обозначаемая как $T_2 = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \frac{m_i m_j (v_j - v_i)^2}{2M}$,

что имеется группа 'координатных' параметров, тоже в традиционном виде обозначаемая как $U = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \Phi_{ij}(x_j - x_i)$ и, наконец, сумму постоянных интегрирования можно обозначить как $E_2 = C_2$. Все это дает соотношение, подобное известному 'закону сохранения энергии' $T_2 + U = E_2$. Это соотношение отличается от полученного ранее при использовании

уравнений (1), но в силу одинаковых структуре и размерностям сопоставимо с $T_1 + U = E_1$. Если пользоваться установившейся терминологией, то ‘потенциальная’ энергия для уравнений (5) и (10) в данном случае оказывается одинаковой, в то время как ‘кинетические’ энергии T_1 и T_2 при одинаковой размерности различа-

ются, как по свойствам, так и по номинальным значениям. Результаты численного моделирования для $n = 2$ подтвердили справедливость теоретических заключений.

Соответствующие графики имеют вид:



На этих графиках: $E_{\text{кин } 1} = \frac{m_1 m_2}{(m_1 + m_2)} \frac{(v_2 - v_1)^2}{2}$, $E_{\text{кин } 2} = m_1 \frac{v_1^2}{2} + m_2 \frac{v_2^2}{2}$, $E_{\text{пот}} = k \frac{(x_2 - x_1 - l)^2}{2}$, $E_{\text{полн } 1} = E_{\text{кин } 1} + E_{\text{пот}}$, $E_{\text{полн } 2} = E_{\text{кин } 2} + E_{\text{пот}}$.

Отметим, что можно указать на неэквивалентные алгебраические преобразования, согласно которым из формы $T_2 = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \frac{m_i m_j}{M} \frac{(v_j - v_i)^2}{2}$ получается форма $T_1 = \sum_{i=1}^n m_i \frac{v_i^2}{2}$ и наоборот. Эти алгебраические преобразования имеют специфику, состоящую в том, что необходимо вводить в эти преобразования ‘закон сохранения импульса’, причем в квадратичной форме $(\sum_{i=1}^n m_i v_i)^2$. Собственно наличием постоянной величины $(\sum_{i=1}^n m_i v_i)$ в той или иной формах и объясняется различия в значениях T_1 и T_2 .

Заключение: С общих позиций можно утверждать, что соотношения, подобные ‘закону сохранения энергии’ (ЗСЭ), представляют собой неявные формы представления единственной для конкретной механической системы ‘фазовой траектории’. При этом неявных форм много, а фазовая траектория – одна. В работе для одной и той же механической системы найдено два различных соотношения, подобные ЗСЭ. Тем самым подтвержден факт, что, кроме общеизвестного ЗСЭ, имеют место и другие соотношения, отличающиеся от общеизвестного своими свойствами и номинальными значениями.

Библиографический список

1. Матвеев А.Н. Механика и теория относительности. – М.: Изд-во Лань, 2009. – 324 с.
2. Киттель Ч., Найт У., Рудерман М. Берклевский курс физики. Т. I, «Механика», 2013.
3. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Том I, «Механика». – М.: Физматлит МИФИ, 2004. – 560 с.
4. Тарасов Л.В. Современный курс физики. Механика. – М.: ОНИКС, Мир и образование, 2009. – 592 с.
5. Курс физики, кн. I «Физические основы механики» // под ред. акад. Бордовского Г.А. – М.: Высшая школа, 2004. – 423 с.
6. Фейнман Р. Полный курс общей физики, Вып. 1-2. – УРСС, 2004. – 439 с.
7. Френкс Л. Теория сигналов. – Сов Радио, 1974. – 343 с.
8. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. – М.: Физматгиз, 1958. – 468 с.
9. Андронов А.А., Витт А.А., Хайкин С.Э. Теория колебаний. – М.: Физматгиз, 1959. – 915 с.

ON THE LAWS OF ENERGY CONSERVATION AT THE NEWTON MECHANICS

A.V. Zaporozhets, *Doctor of Technical Sciences, Professor*
Independent researcher
(Russia, Moscow)

***Abstract.** For an arbitrary mechanical system, the theoretical possibility of the existence of many different "energy conservation laws" is shown and two of them are obtained. One of these relations with the same dimension differs from the well-known "law of conservation of energy" by its properties and nominal values".*

***Keywords:** phase space, implicit forms, law of energy conservation.*