ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ДЕЛИМОСТИ В РЕШЕНИИ ОЛИМПИАДНЫХ ЗАДАЧ

М.Ю. Солощенко, *канд. пед. наук, доцент*
Р.А. Идрисова, *студент*
А.Э. Якупова, *студент*
Стерлитамакский филиал Уфимского университета науки и технологий (Россия, г. Стерлитамак)

DOI:10.24412/2500-1000-2023-3-1-131-133

Аннотация. *В статье рассматривается важность изучения основ элементов теории делимости. Знания элементов теории делимости нужны учащимся любого возраста при решении олимпиадных задач. Разбираются различные способы решения задач на делимость для подготовки к олимпиадам. Приводятся примеры олимпиадных задач с решениями по темам «Признаки делимости», «Делимость с остатком», «Простые и составные числа» и др. На основании анализа методической и математической литературы, наблюдения за обучающимися при решении олимпиадных задач авторами сделан вывод о том, что решение олимпиадных задач требует более напряженной работы решающих, перебора множества вариантов решений, проверки «себя» в умении искать нестандартные решения, грамотно аргументировать анализы и выводы.*

Ключевые слова: теория делимости, олимпиадная математика, нестандартные задачи.

Математическая олимпиада является предметной олимпиадой, которая проводится между школьниками, где учащиеся решают задачи нетипичного характера. Участники олимпиады с большим интересом начинают решать задачи, соответственно, повышается хорошее отношение к предмету. Также у них приобретаются такие важные качества, как тренировка ума и умение мыслить, которые пригодятся в освоении разных отраслей знаний, преодолении не простых ситуаций в жизни, принимать верные решения.

Одной из главных целей олимпиады по математики школьников считается – выявление особо талантливых обучающихся. Для того, чтобы достичь эту цель необходим особый инструмент. Этот инструмент – текст олимпиады, где важной частью является задачи на делимость. Хотя и теория делимости считается довольно понятной и простой из раздела элементарной математики, но именно практика обучения теории делимости оказывается не целостной структурой, а также имеет не мало замечаний в современной школе. Вместе с тем эти знания нужны обучающимся на протяжении всего школьного курса и требуют особого внимания. Как мы уже знаем, впервые ученики встречаются с теорией чисел еще в начальной школе, свое знакомство они начинают с теории делимости. Подробнее теория делимости рассматривают в программе 5-6 классах на уроках математики – делители и кратные целых чисел; наибольший общий делитель (НОД) целых чисел; наименьшее общее кратное (НОК) целых чисел; простые и составные числа; разложение составного числа на множители; признаки делимости на 5, на 2, на 10, на 3 и на 9. Позднее в 7-11 классах теория делимости частично встречается в курсе алгебры.

Знания элементарной теории чисел нужны учащимся любого возраста при решения олимпиадных задач. К примеру, по теме «Делители чисел» не все ученики быстро могут канонически разложить на множители число, что приводит к сложностям при изучении дальнейших тем. Поэтому обучающимся рекомендуется дополнительно тренироваться в направлении «от простого к сложному». Одной из самых нужных тем, которой требуется уделять особое внимание, из теории делимости в школьном курсе математики – это признаки делимости. Ведь признаки только некоторых чисел рассматриваются на уроках математики, а в решении олимпиадных задач они встречаются часто.

Также наиболее часто задания связанные со знанием теории чисел встречаются на едином государственном экзамене (ЕГЭ) по математике высокого уровня. Дабы решить выше озвученную проблему, необходимо увеличить курс школьной математики. Это можно сделать с помощью дополнительных занятий в школе: факультативы, математические кружки, где будут глубже изучаться свойства чисел.

Рассмотрим теоретические материалы из теории делимости, которые необходимо изучить подробнее. При подготовке учащихся к олимпиадам, главной задачей преподавателей является обязательное повторение основ элементов теории делимости, а также закрепить с учениками способы решения задач на делимость. При изучении простых и составных чисел следует наиболее глубже изучить метод «решето Эратосфера», а также познакомить учащихся с таблицей Д.Х. Лемера, где можно увидеть все простые числа до 10 000 0000.

Для того, чтобы решить задачу из олимпиады необходимо будет повторить учащимся тему «Делимость с остатком», которая изучается в 5 классе. Приведем примеры олимпиадной задачи для данного класса, где понадобятся знания этой темы.

Задача 1. В стране Симнация существуют монеты с достоинством в 1, 15 и 50 симмаллиона. Акулёнок Марк за покупку товаров отдал n-ое количество монет и получил сдачу – на одну монету больше. Какова наименьшая возможная цена покупки?

Решение: Остаток от деления на 7 достоинства каждой из монет равен 1. Если допустим, что у Акуленка Марка общая сумма покупки стоила N, он заплатил d монет и ему вернули M сдачу, то $N = d(mod\,7)$ и $M = d + 1(mod\,7)$. Исходя от этого, можем сказать цену покупки: $N - M = 6(mod\,7)$. Отсюда следует, общая стоимость покупки не может быть менее, чем 6 симмаллиона.

Задача 2. Том разложил в ряд 1000 рыбных печений. В первую очередь Том съел девятое печенье слева, затем съедал каждое седьмое печенье, двигаясь вправо. После этого Джерри съел седьмую слева из оставшихся печений, а потом съедал каждую седьмую и девятую из них, также двигаясь вправо. Сколько печений после этого осталось?

Решение: Кот Том съедает 1 печенье, после чего остаётся 1000-1=999. А правее 9-й печенье остается 1000-9=999. Так как по условию кот Том съедает каждую 7-ю, тогда получается всего 999-141=858 рыбных печений, а справа от съеденной первой – 859. Те печенья, которые остались после Тома, Джерри съедает 7-ю, начиная слева из восьми печений, далее каждую девятую из 859, которые остались после Тома справа съеденный Томом первой печеньи. Приходим к выводу, что Джерри съел 859:9= 95,44, то есть 95. Таким образом, съеденные печенья Тома: 141+1=142, Джерри: 95+1=96 и остаётся всего 1000-142-96=752 рыбных печений.

Исходя из вышесказанного, мы еще раз убедились в необходимости повторения признаков делимости, изучающиеся в 5-6 классах, так как они присутствуют в олимпиадных задачах. Ниже приведем пример олимпиадной задачи по математике для 7 класса:

Задача 3. Чипу и Дейлу дали задание открыть тайник, но для этого нужно ввести код – некое число, которое состоит из семи цифр: двое и троек. Тайник откроется, если двое больше, чем троек, а код будет делиться и на 3, и на 4. Помогите Чипу и Дейлу придумать код, открывающий тайник.

Решение: Для того, чтобы решить задачу нужно воспользоваться признаком делимости на 3. По условию задачи мы видим, что двоек больше по сравнению с тройками. Отсюда количество двоек могут быть 4, 5, 6, 7. Первый случай: сумма чисел – 17, далее второй случай – 16, 3 – 15 и последний случай – 14. Подходит только 3-й случай (по признаку делимости на 3). Таким образом, воспользовавшись признак делимости на 4, можем сказать, что последние два цифра – 32. Получается код – 2222232.

Нельзя оставить без внимания такую тему как «Простые и составные числа», которая изучается в 5-6 классах на уроках математики, так как она есть в олимпиадных задачах в 7-8 классах. Например:

Задача 4. Лосяш попросил Кроша выписать все девятизначные числа, которые составлены из различных цифр. Но Крош забыл как пишется цифра 7, поэтому записал только те девятизначные числа, в которых этой цифры нет. Потом Лосяш сказал ему вычеркнуть из каждого числа по шесть цифр так, чтобы оставшееся трехзначное число было простым. Крош уверенно сказал, что такое возможно не для всех записанных чисел. Прав ли он?

Решение: Рассмотрим, число 319562480. Если в этом числе не вычеркнем последние 6 цифр, тогда число не будет являться простым, так как число будет оканчиваться четной цифрой или пятеркой. А если крайние шесть цифр вычеркнем, тогда получим 319=29*11. Отсюда сделаем вывод, что Крош прав.

Олимпиадные задачи по теории чисел связаны с развитием силы воли, концентрации и работой над собой. Нестандартные задачи заставляют ребенка думать, анализировать, работать на пределе. А некоторые задачи требует еще более напряженной работы, перебора множества вариантов, т.е. применения всех школьных навыков и знаний. Как видим, олимпиадная математика это не просто конкурс между учащимися, кто быстрее решит ту или иную задачу, а проверка «себя» в умении искать нестандартные решения, грамотно аргументировать анализы и выводы.

Библиографический список

1. Миракова Т.Н. Развивающие задачи на уроках математики в V-VIII классах: пособие для учителя. – Львов: Журнал «Квантор», 1991. – 95 с.
2. Фарков А.В. Математические олимпиады в школе. 5-11 классы. – М.: Айрис-пресс, 2011. – 176 с.
3. Феоктистов, И.Е. Делимость чисел // Математика в школе. – 2009. – № 8. – С. 47-58.

ELEMENTS OF THE THEORY OF DIVISIBILITY IN THE SOLUTION OLYMPIAD TASKS

M.Y. Soloshchenko, *Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor*
R.A. Idrisova, *Student*
A.E. Yakupova, *Student*
Sterlitamak Branch of Ufa University of Science and Technology
(Russia, Sterlitamak)

Abstract. *The article discusses the importance of studying the basics of the elements of the theory of divisibility. Knowledge of the elements of the theory of divisibility is needed by students of any age when solving Olympiad problems. Various ways of solving divisibility problems for preparation for the Olympiads are being analyzed. Examples of Olympiad problems with solutions on the topics "Signs of divisibility", "Divisibility with remainder", "Prime and composite numbers", etc. are given. Based on the analysis of methodological and mathematical literature, observation of students in solving Olympiad problems, the authors concluded that solving Olympiad problems requires more strenuous work of decision makers, sorting through a variety of solutions, checking "themselves" in the ability to look for non-standard solutions, competently argue analyses and conclusions.*

Keywords: *divisibility theory, olympiad mathematics, non-standard tasks.*