

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ИНТЕНСИВНОСТИ НАПРЯЖЕНИЙ ПЕРВОГО ТИПА СИСТЕМЫ ТРЕЩИН

И.И. Ануфриев, аспирант

Оренбургский государственный университет
(Россия, г. Оренбург)

DOI: 10.24412/2500-1000-2023-3-2-104-108

Аннотация. В статье рассматривается напряженно-деформированное состояние системы плоских трещины. В рамках данной работы производится разработка математической модели, описывающей процесс раскрытия трещин для различных геометрии взаимного расположения. Предложен алгоритм расчета, позволяющий определить численную характеристику напряженно-деформированного состояния методом граничных элементов – коэффициент интенсивности напряжений. Приведены результаты, отражающие работоспособность полученной математической модели и позволяющие проводить дальнейшие исследования в области механики разрушения.

Ключевые слова: метод граничных элементов, коэффициент интенсивности напряжений первого типа, разрыв смещения, относительная погрешность.

Актуальность. Отсутствие аналогов численных и аналитических решений описывающих рассматриваемую систему трещин обуславливают актуальность данной статьи.

Цель исследования. Целью данной статьи является разработка алгоритма численного расчета коэффициента интенсивности напряжений (далее КИН) первого типа для системы плоских трещин.

Постановка задачи. В статье рассматривается случай раскрытия системы из се-

ми плоских трещин равной длины L (см. рис. 1). Под действием внутреннего давления $p_{вн}$, действующего на трещины, деформированное состояние среды, описываемое непрерывными аналитическими функциями, претерпевает разрыв в окрестности рассматриваемой трещины. Смещение противоположных берегов трещины относительно друг друга представляет собой разрыв смещений в данной точке при определении деформированного состояния среды.

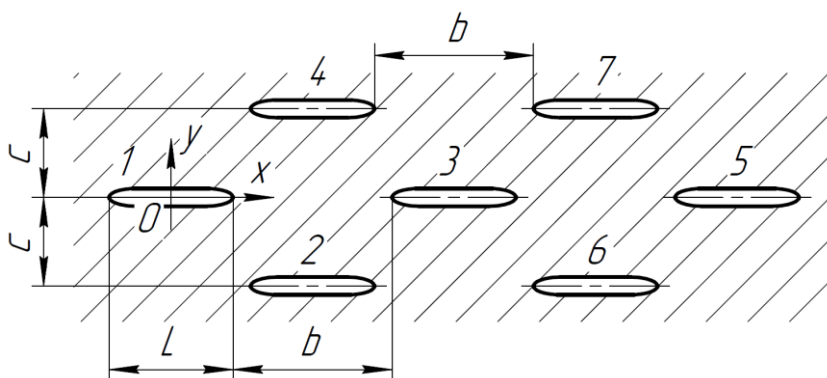


Рис. 1. Расчетная схема

В рамках данной статьи рассматривается серия численных экспериментов, направленных на анализ напряженно-деформированного состояния трещин. Расчеты производятся исходя из следующих принятых исходных данных:

- 1) длина трещины $L=3$ м;
- 2) коэффициент Пуассона $\nu=0,25$;
- 3) внутреннее давление $p_{вн}=100 \cdot 10^6$ Па;
- 4) модуль Юнга материала $E=3 \cdot 10^{10}$ Па.

Методика расчета. В данной статье применяется численный метод расчета – метод граничных элементов. Подробное описание методики численного расчета разрывов смещений приведено в [1].

Расчет разрывов смещений. Определение разрывов смещений в трещинах по принятой расчетной схеме (см. рис. 1) производится аналогично методике рассмотренной в [2].

Определение коэффициента интенсивности напряжений

В рамках данной статьи КИН первого типа для рассматриваемой системы трещин определялся исходя из наибольшего значения среди всех трещин системы. Данной трещиной является центральная трещина №3 (см. рис. 1). На основе полученных значений разрывов смещений КИН определяется согласно выражению

$$K_I = -\sqrt{\frac{\pi}{32}} \frac{E}{(1-\nu^2)} \frac{D_N}{\sqrt{\frac{L}{2} - x_N}}, \quad (1)$$

где L – длина трещины, м;

D_N – разрыв смещения в N -ом граничном элементе трещины №3;

x_N – координат центра N -го граничного элемента трещины №3 относительно центра трещины №1 (см. рис. 1), м;

N – число граничных элементов одной трещины, принятое равным 30.

В ходе расчетов были приняты значения относительных сближений трещин по направлениям осей Ox и Oy

$$\frac{L}{b} = [0; 3] \quad (2)$$

$$\frac{L}{c} = [1; 4] \quad (3)$$

Результаты расчета приведены на рисунке 2.

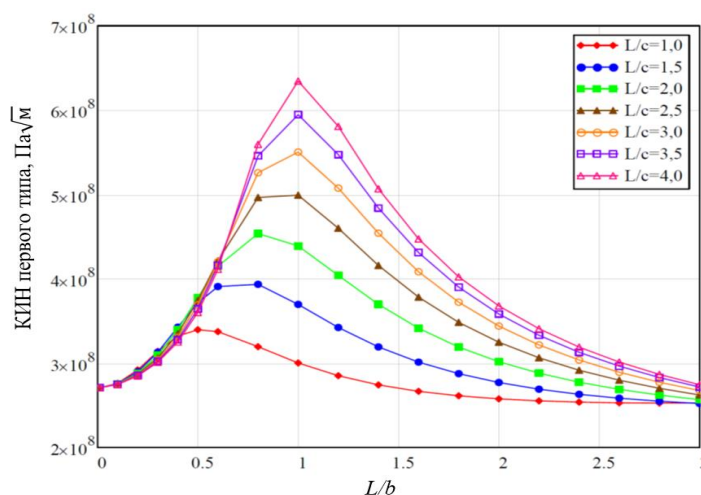


Рис. 2. КИН первого типа при различных значениях L/c

Анализируя полученные значения КИН можно обнаружить что на достаточно значительном удалении трещин по направлению оси Ox ($b \gg L$, $\frac{L}{b} \rightarrow 0$) решения стре-

мятся к некоторому значению КИН соответствующему изолированной трещине.

Для описания полученных значений КИН в аналитической форме было выбрано выражение, соответствующее виду

$$K_I(u, v) = p_{\text{вн}} \sqrt{L} \left(A \frac{(uv^B + C)^D}{(v + E)^F} e^{(u+G)H} + I \right), \quad (4)$$

где $A, B, C, D, E, F, G, H, I$ – постоянные коэффициенты;

u – параметр относительно сближения по оси Ox ($\frac{L}{b}$);

v – параметр относительного сближения по оси Oy ($\frac{L}{c}$).

С помощью функции *Minerr* в среде *Mathcad 15*, позволяющей определить численное решение системы уравнений методом секущих были определены неизвест-

ные коэффициенты уравнения (4). Результаты приведены в таблице 1. График уравнения (4) приведен на рисунке 3.

Таблица 1. Значения коэффициентов

Коэффициент	A	B	C	D	E	F	G	H	I
Значение	$4,8 \cdot 10^8$	1,3	0,6	5,1	2,4	9,0	3,6	1,6	1,5

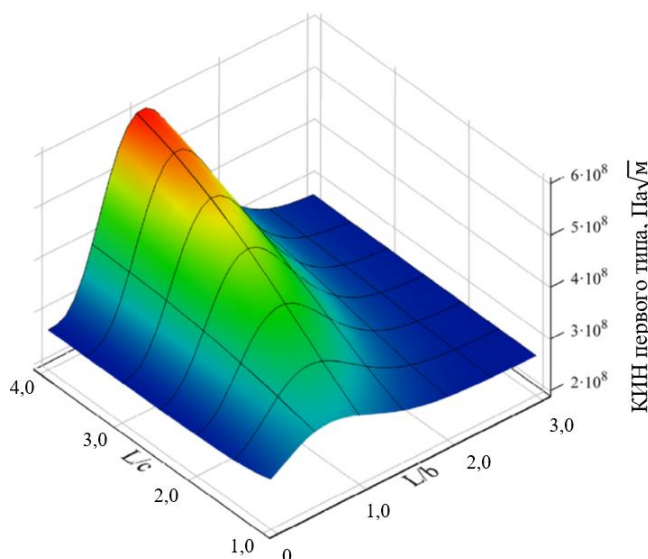


Рис. 3. Значения КИН

Анализ полученных результатов

Для сравнения полученного численного решения и подобранного аналитического

выражения в каждой расчетной точке была определена относительная погрешность расчета

$$\delta = \frac{|K_{\text{чм}} - K_{\text{ан}}|}{K_{\text{чм}}}, \quad (5)$$

где $K_{\text{чм}}$ – значение КИН полученное численным методом (см. график 1);

$K_{\text{ан}}$ – значение КИН согласно выражению (4) (см. график 2).

Значения величин КИН, сравниваемых согласно выражению (5) приведены в таблице 2. Максимальное значение относительной погрешности

$$\delta_{\text{max}} \approx 9\%. \quad (6)$$

Таблица 2. Значения КИН $K_{чм} / K_{ан}$, $10^8 \text{ Па}\sqrt{\text{м}}$

		L/c						
		1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0
L/b	0	2,71 / 2,86	2,71 / 2,72	2,71 / 2,68	2,71 / 2,67	2,71 / 2,66	2,71 / 2,66	2,71 / 2,66
	0,1	2,76 / 2,96	2,76 / 2,81	2,75 / 2,74	2,75 / 2,71	2,75 / 2,69	2,75 / 2,68	2,75 / 2,68
	0,2	2,92 / 3,08	2,90 / 2,95	2,88 / 2,88	2,87 / 2,83	2,86 / 2,81	2,85 / 2,78	2,85 / 2,77
	0,3	3,14 / 3,19	3,13 / 3,13	3,09 / 3,09	3,06 / 3,06	3,04 / 3,04	3,02 / 3,01	3,01 / 2,99
	0,4	3,32 / 3,28	3,43 / 3,32	3,40 / 3,36	3,35 / 3,38	3,31 / 3,39	3,28 / 3,38	3,25 / 3,37
	0,5	3,40 / 3,34	3,71 / 3,50	3,78 / 3,65	3,74 / 3,75	3,69 / 3,82	3,64 / 3,87	3,60 / 3,88
	0,6	3,37 / 3,37	3,91 / 3,66	4,15 / 3,92	4,21 / 4,13	4,20 / 4,29	4,16 / 4,39	4,11 / 4,45
	0,8	3,20 / 3,34	3,94 / 3,81	4,54 / 4,29	4,96 / 4,71	5,26 / 5,06	5,46 / 5,31	5,59 / 5,48
	1,0	3,00 / 3,23	3,70 / 3,77	4,39 / 4,35	4,99 / 4,90	5,50 / 5,36	5,95 / 5,72	6,34 / 5,98
	1,2	2,85 / 3,09	3,42 / 3,58	4,04 / 4,15	4,60 / 4,71	5,08 / 5,19	5,47 / 5,58	5,81 / 5,87
	1,4	2,74 / 2,96	3,19 / 3,35	3,70 / 3,82	4,16 / 4,30	4,54 / 4,72	4,84 / 5,07	5,07 / 5,33
	1,6	2,67 / 2,85	3,01 / 3,13	3,41 / 3,48	3,78 / 3,84	4,08 / 4,16	4,31 / 4,43	4,47 / 4,64
	1,8	2,61 / 2,77	2,88 / 2,95	3,19 / 3,19	3,48 / 3,43	3,72 / 3,66	3,90 / 3,84	4,02 / 3,99
	2,0	2,58 / 2,72	2,77 / 2,83	3,02 / 2,98	3,25 / 3,13	3,44 / 3,27	3,58 / 3,39	3,68 / 3,49
	2,2	2,55 / 2,69	2,69 / 2,75	2,88 / 2,84	3,06 / 2,93	3,22 / 3,01	3,33 / 3,08	3,41 / 3,14
	2,4	2,54 / 2,67	2,63 / 2,71	2,77 / 2,75	2,92 / 2,80	3,04 / 2,85	3,13 / 2,89	3,19 / 2,92
2,6	2,53 / 2,67	2,59 / 2,68	2,69 / 2,71	2,80 / 2,73	2,89 / 2,75	2,97 / 2,78	3,01 / 2,79	
2,8	2,53 / 2,66	2,55 / 2,67	2,62 / 2,68	2,70 / 2,69	2,77 / 2,70	2,83 / 2,72	2,87 / 2,72	
3,0	2,53 / 2,66	2,52 / 2,66	2,57 / 2,67	2,62 / 2,67	2,68 / 2,68	2,72 / 2,68	2,74 / 2,69	

Выводы

1. В настоящей статье представлен способ определения КИН первого типа для системы трещин, нагруженных внутренним давлением (см. рис. 1).

2. Получено аналитическое выражение (4) соответствующее численному решению, которое основывается на известной аналитической модели [2, 3]. Адекватность данного выражения рассмотрена в области определения

$$u \in [0; 3]; \quad (7)$$

$$v \in [1; 4]. \quad (8)$$

Библиографический список

1. Крауч С., Старфилд А. Методы граничных элементов в механике твердого тела: пер. с англ. б.м. – М.: Мир, 1987. – 328 с.
2. Ануфриев, И. И. Определение коэффициента интенсивности напряжений первого типа для двух коллинеарных трещин методом граничных элементов / И. И. Ануфриев // Международный журнал гуманитарных и естественных наук. – 2022. – № 10-2 (73). – С. 208-214. – DOI 10.24412/2500-1000-2022-10-2-208-214. – EDN TCVXHC.
3. Нотт Дж., Ф. Пер. Основы механики разрушения: пер. с англ. б.м. – М.: "Металлургия", 1978. – 256 с.

DETERMINATION OF THE STRESS INTENSITY COEFFICIENT OF THE FIRST TYPE OF CRACK SYSTEM

I.I. Anufriev, *Postgraduate Student*
Orenburg State University
(Russia, Orenburg)

Abstract. *The article considers the stress-strain state of a system of plane cracks. Within the framework of this work, a mathematical model describing the process of crack opening for various geometries of mutual arrangement is being developed. A calculation algorithm is proposed that allows determining the numerical characteristic of the stress-strain state by the method of boundary elements – the stress intensity coefficient. The results reflecting the operability of the obtained mathematical model and allowing for further research in the field of fracture mechanics are presented.*

Keywords: *boundary element method, stress intensity coefficient of the first type, displacement gap, relative error.*