

ФОРМИРОВАНИЕ КОМБИНАТОРНЫХ ДЕЙСТВИЙ В НАЧАЛЬНОЙ ШКОЛЕ

А.З. Зак, д-р психол. наук

Психологический институт Российской академии образования
(Россия, г. Москва)

DOI:10.24412/2500-1000-2023-2-1-43-49

Аннотация. Целью исследования было определение условий формирования комбинаторных действий в начальной школе, в частности, у второклассников. Гипотеза состояла в том, что занятия по авторской программе «Комбинирование-1» создает требуемые условия. Программа включает в себя 16 типов поисковых проблем неучебного содержания. Каждый тип задач имеет три структурных варианта, связанных с поиском ответа, поиском вопроса, поиском части начальных условий. Реализация этих вариантов предполагает выполнение комбинаторных действий. Контрольная группа включала 52 ученика, экспериментальная группа – 56 учеников, которые участвовали в 16 групповых занятиях (еженедельно, с января по май). Была проведена начальная и завершающая диагностика сформированности комбинаторных действий. Исследование показало, что уроки «Комбинирование-1» способствуют формированию комбинаторных действий у детей. В дальнейших исследованиях планируется определить, в какой степени программа «Комбинирование-1» способствует формированию комбинаторных действий у третьеклассников и четвероклассников.

Ключевые слова: второклассники, комбинаторные действия, поисковые задачи неучебного содержания, программа «Комбинирование-1».

1. Введение. Формирование комбинаторных действий в начальной школе необходимо для успешного овладения математикой в средней школе.

1.1. Анализ комбинаторных действий в начальной школе

English L.D. были изучены специфические аспекты методов решения для различных типов комбинаторных задач. Одно из исследований [1] сопоставило конкретные методы решения проблем, используемые детьми разных возрастов. Было продемонстрировано, что 7-летние дети, в отличие от 5-летних, способны находить систематические стратегии для решения комбинаторных задач с изменчивостью двух признаков.

В другом исследовании [2] сравниваются методы, используемые детьми в возрасте от 7 до 12 лет для решения комбинаторных проблем с вариабельностью трех признаков. Было установлено, что самые маленькие дети были способны найти успешные комбинаторные стратегии.

Третье исследование [3] суммирует результаты предыдущих исследований: определяются типы комбинаторных про-

блем, демонстрируются способности детей в решении проблем различной сложности, классифицируются уровни сложности проблем в соответствии с когнитивными способностями детей.

Krces, R. [4] проанализировал специфику сортировки различных предметов (рисунков, букв, кусочков домино, цифр). Было установлено, что 7-летние дети способны находить различные удачные стратегии сортировки в заданиях с указанными объектами.

Maher, C., & Yankelwitz, D. [5] рассмотрели аспекты структурирования решений простых комбинаторных задач, подчеркнув способы, используемые детьми при структурировании своего восприятия и при демонстрации методов обоснования предлагаемых решений.

Wellman H.M. & Gelman S.A. [7], Zimmerman C. [10] и Wilkening F. & Sodian B. [9] рассматривали комбинаторные навыки в контексте развития мышления младших школьников как аспект развития научного мышления.

В исследовании White H. [8] была проанализирована специфика решения детьми

8-11 лет комбинаторных проблем, связанных с сочетанием решений. Было отмечено, что успех в решении таких проблем основан на корреляции между когнитивными способностями детей и требованиями к сложности проблемы.

Поддьяков А.Н. [6] исследовал особенности комбинаторных экспериментов у 7-летних детей по сравнению с 4-6-летними. Было продемонстрировано, что игра с нестандартными конструкциями многомерных объектов способствует развитию комбинаторных навыков у детей.

1.2. Краткое описание исследования

Содержание рассмотренных исследований позволяет отметить, что большинство исследователей используют учебный материал. Мы считаем, что для развития комбинаторных навыков можно применять задания неучебного содержания. Такие задания, связанные с необходимостью каждый раз искать новый способ действий, создают благоприятные условия для формирования комбинаторных действий.

Поскольку учебные знания при выполнении заданий на неучебном материале не определяют успешность поисковых действий, то в этих ситуациях детям с недостаточной успеваемостью действовать более комфортно, чем при решении учебных задач. Это объясняется тем, что это для них новый опыт, который не испорчен неудачей.

Целью исследования было определение условий формирования комбинаторных действий у второклассников. Гипотеза: условием такого формирования служат 16 уроков программы «Комбинирование-1». Это предположение основано на результатах предварительных экспериментов, в которых 20 второклассников на 8 уроках (по два в неделю) решали задачи программы «Комбинирование-1». Было показано, что поисковые проблемы неучебного содержания способствуют формированию комбинаторных действий [11].

Программа «Комбинирование-1» включает в себя два рода комбинаторных проблем нематематического содержания: 8 типов словесно-логических проблем и 8 типов компаративных. Словесно-логические проблемы связаны с поиском

сочетания суждений, необходимого для осуществления непротиворечивого вывода. Компаративные проблемы связаны с поиском комбинаций признаков в сравниваемых объектах для получения требуемого результата.

Исследование включало три стадии. В рамках первой стадии дети контрольной (52 человека) и экспериментальной (56 человек) групп решали поисковые проблемы с целью выяснения степени сформированности комбинаторных действий. В рамках второй стадии исследования с участниками экспериментальной группы было проведено 16 еженедельных уроков программы «Комбинирование-1». В рамках третьей стадии ученики контрольной и экспериментальной групп снова решали те же поисковые проблемы, что и на первой стадии.

2. Материалы и методы.

16 типов неучебных задач, составляющих содержание программы «Комбинирование-1», включают 8 типов словесно-логических задач, связанных с выведением заключения на основе предложенных суждений, и 8 типов компаративных задач, связанных с сопоставлением плоских геометрических фигур. Решение словесно-логических и компаративных задач способствуют формированию комбинаторных действий. В рамках каждого занятия предлагается решать один тип либо словесно-логических, либо компаративных задач.

2.1. Словесно-логические задачи

8 типов словесно-логических задач характеризовались следующим образом.

Тип 1, к примеру: «Туристы Дима, Вова и Гена торопились на автобус. Дима шел медленнее, чем Вова. Вова шел медленнее, чем Гена. Какой турист шел быстрее всех?»

Тип 2, к примеру, «На классной доске мелками разного цвета написали ВАЗА, ВИЛКА, КИНО. Желтое и коричневое слова имели одну и ту же начальную букву, а желтое и белое – одну и ту же вторую букву. Слово КИНО – белое, желтое или коричневое?»

Тип 3, к примеру: «Саша и Петя родились в разные годы. Пройдет 10 лет и Саша станет немного старше, чем Петя сей-

час. Саша моложе Пети или Петя моложе Саши?»

Тип 4, к примеру: «Гена, Сева и Коля переписывались с друзьями из разных городов. Двое из них посылали письма в Новгород, а один – в Рязань. Гена и Сева, Сева и Коля посылали письма в разные города. С другом из какого города переписывался Сева?»

Тип 5, к примеру: «Разными чернилами написали три слова:

КРОВАТЬ

СТУЛ

КОМОД

Синее слово было выше желтого, коричневое слово было ниже желтого. Желтое слово – КРОВАТЬ, СТУЛ или КОМОД?»

Тип 6, к примеру: «Витя и Наташа играли в слова, выкладывая карточки с буквами. Витя выложил карточками – МОЛ.

Потом переложил карточки и стало – ЛОМ. Наташа выложила карточками – РАД. Потом переложил карточки так, как сделал Витя. Какое слово получилось у Наташи?»

Тип 7, к примеру: «Аня, Женя и Юля жили в разных домах. Дом 1 – высокий и каменный, дом 2 – высокий и деревянный, дом 3 – низкий и каменный. Дома Жени и Юли – высокие, дома Юли и Ани – каменные. В каком доме жила Юля?»

Тип 8, к примеру: «Боря, Вася и Олег – музыканты. Кто-то из них играл на трубе, кто-то – на флейте, кто-то на гитаре. Олег не играл на гитаре, Вася не играл на флейте и гитаре. На чем играл Боря?»

2.2. Компаративные задачи

8 типов компаративных задач, связанных с сопоставлением плоских геометрических фигур, характеризовались следующим образом.

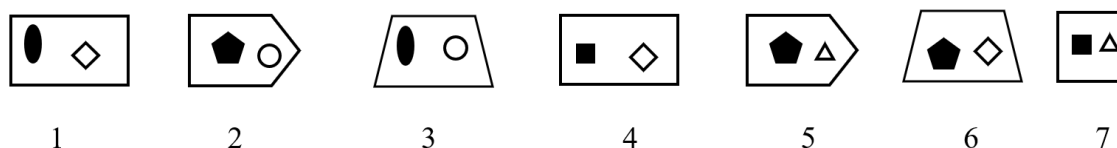


Рис. 1. Плоские геометрические фигуры

Тип 1, к примеру: «Фигуры 1, 2, 3. Какая фигура имеет такую форму, как фигура 5?»

Тип 2, к примеру: «Фигуры 2, 4, 7. Какая фигура имеет такой же признак, как у фигуры 7?»

Тип 3, к примеру: «Фигуры 2, 3, 7. У какой фигуры, – 3 либо 7, – нет ни одного одинакового признака с фигурой 2?»

Тип 4, к примеру: «Фигуры 1, 4, 7. Какая фигура, – 4 либо 7, – такой же формы, как фигура 1, но имеет маленькую темную фигуру, как у фигуры 7?»

Тип 5, к примеру: «Фигуры 2, 4, 5, 7. У какой фигуры, – 4 либо 5, – один признак, как у фигуры 2, а другой признак, как у фигуры 7?»

Тип 6, к примеру: «Фигуры 1-7. У фигур 2 и 3 есть одинаковый признак. У каких двух фигур, – 2 и 5 либо 4 и 6, – больше одинаковых признаков, по сравнению с фигурами 2 и 3?»

Тип 7, к примеру: «Фигуры 1 - 7. Какая фигура, 4 или 6, имеет такую форму, как у 3, маленькую темную фигуру, как у 5, маленькую светлую фигуру, как у 1?»

Тип 8, к примеру: «Фигуры 1 - 7. Какая фигура, 1 или 2, имеет такую форму, как у 5, маленькую темную фигуру, как у 6, маленькую светлую фигуру, как у 3?»

2.3. Диагностика комбинаторных действий

Перед проведением 16 развивающих уроков, а также по их завершении организовывалось специальное занятие с целью проведения диагностики комбинаторных действий учеников, входящих в обе группы исследования.

Дети должны были решать, глядя на специальный чертеж, комбинаторные проблемы, где нужно было искать разные сочетания возможных перемещений между двумя пунктами, обозначенными буквами (рис. 2).

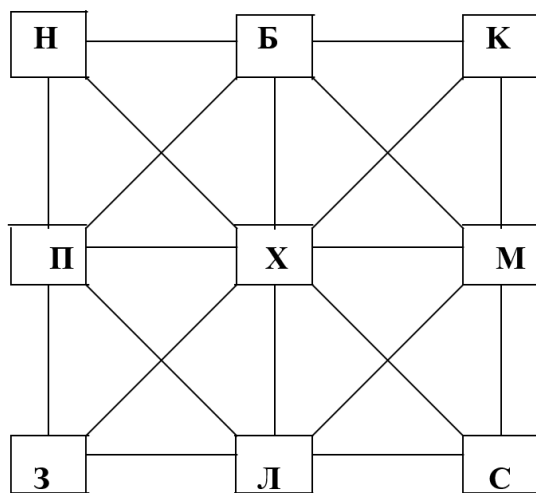


Рис. 2. Чертеж для комбинаторных действий

Сначала учитель раскрывал ученикам содержание чертежа: «Квадраты – это домики, где живут буквы. Линии между квадратами – это дороги, которые ведут от одной буквы к другой».

Затем учитель записывал на доске условие простой комбинаторной задачи: (П ---? --- Б) и говорил: «Вам нужно узнать, какие две дороги могут привести вас от буквы П к Б?» Затем он обсуждал решение этой задачи с учениками.

После обсуждения были записаны обе версии решения:

(П --- Х --- Б) и (П --- Н --- Б).

Затем детям предложили еще две более сложные комбинаторные задачи, в которых нужно было найти все комбинации трех перестановок (компонентов) между двумя буквами:

1. Б ---? ---? --- Л.
2. М ---? ---? --- П.

Десять минут было отведено на каждую проблему.

При интерпретации результатов решения проблем было учтено, что выбор последующей комбинации по отношению к предыдущей может быть случайным или последовательным.

В первом случае пары соседних комбинаций не имели общего компонента, например: (Б --- Н --- П --- Л) или (Б --- Х --- М --- Л).

Во втором случае выбор последующей комбинации включал компонент, который был общим с предыдущей комбинацией,

например: (Б --- Н --- П --- Л) и (Б --- Н --- М --- Л).

Если выбор каждой последующей комбинации перестановок был случайным, стратегия считалась хаотичной. Если выбор был исключительно последовательным, такая стратегия считалась систематической. В этом случае максимально возможно было шесть соседних пар комбинаций с общим компонентом.

Если в процессе решения проблемы были сделаны случайные и последовательные выборы, такая стратегия считалась бы смешанной. Смешанная стратегия могла содержать от одного до пяти последовательных вариантов. Это позволяет выделить пять уровней в реализации смешанной стратегии.

Анализ итогов решения обеих задач позволил выделить три подгруппы учеников, входящих в контрольную и в экспериментальную группы.

Ученики подгруппы А, решали обе задачи с помощью хаотической стратегии, ученики подгруппы Б решили первую проблему с помощью хаотической стратегии, а вторую – с помощью смешанной стратегии, ученики подгруппы В реализовали смешанную стратегию при решении обеих проблем. Среди детей, участвовавших в исследовании, отсутствовали те, кто использовал бы системную стратегию.

3. Результаты.

3.1. Характеристики комбинаторных действий у испытуемых экспериментальной и контрольной групп

Таблица. Ученики подгрупп А, Б и В контрольной и экспериментальной групп, решавшие комбинаторные задачи в январе и мае (в %).

Группы	Период диагностики					
	Январь			Май		
	Подгруппы					
	А	Б	В	А	Б	В
Контрольная	57,7	19,2	23,1	44,3*	26,9	28,8*
Экспериментальная	58,9	19,6	21,5	23,2*	32,2	44,6*

Примечание: * $p < 0.05$.

Данные, представленные в таблице, позволяют отметить следующее.

Результаты, продемонстрированные в январе детьми в контрольной и экспериментальной группах, – которые использовали, во-первых, при решении обеих диагностических задач только случайные стратегии (подгруппа А), во-вторых, – только смешанные стратегии (подгруппа В), в-третьих, при решении первой задачи случайную стратегию, а при решении второй задачи (подгруппа Б), – существенно не отличались.

Так, различия между контрольной группой и экспериментальной по одноименным подгруппам характеризуется следующими показателями: подгруппы А различаются на 1,2%, соответственно: 57,7% и 58,9%, подгруппы Б – на 0,4% (19,2% и 19,6%), подгруппы В – на 1,6% (23,1% и 21,5%).

В мае различия между контрольной и экспериментальной группой по одноименным подгруппам изменились следующим образом: подгруппы А стали различаться на 21,1% (44,3% и 23,2%), подгруппы Б – на 5,3% (26,9% и 32,2), подгруппы В – на 15,8% (28,8% и 44,6%).

Отмеченные результаты свидетельствуют о следующих количественных изменениях в трех подгруппах контрольной и экспериментальной групп.

Во-первых, в обеих группах количество детей, решивших обе задачи с помощью случайной стратегии (подгруппы А), уменьшилось в обеих группах: в контрольной группе на 13,4% до 44,3%, в экспериментальной группе – на 35,7% до 23,2% (математическая обработка полученных результатов показала, что различие показателей 44,3% и 23,2% статистически значимо, – при $p < 0.05$).

Во-вторых, в обеих группах количество детей, решивших обе задачи с помощью смешанной стратегии (подгруппы В), увеличилось в обеих группах: в контрольной группе на 5,7% до 28,8%, в экспериментальной группе – на 23,1% до 44,6% (математическая обработка полученных результатов показала, что различие показателей 44,6% и 23,2% статистически значимо, – при $p < 0.05$).

В-третьих, в обеих группах количество детей, решивших первую диагностическую задачу с помощью случайной стратегии, а вторую задачу с помощью смешанной стратегии (подгруппа Б), увеличилось в обеих группах: в контрольной группе на 7,7% до 26,9%, в экспериментальной группе – на 12,6% до 32,2% (математическая обработка полученных результатов показала, что различие показателей 26,9% и 32,2% статистически незначимо).

Таким образом, полученные в исследовании результаты свидетельствуют о том, что дополнительные занятия по программе «Комбинирование – 1» способствовали существенному уменьшению количества учеников, решивших обе задачи с помощью случайной стратегии, и существенному увеличению количества учеников, решивших обе задачи с помощью смешанной стратегии.

Проведенный выше анализ изменений в характере решения комбинаторных задач, которые произошли за четыре месяца у испытуемых в обеих группах, свидетельствует о том, что исходное предположение рассматриваемой экспериментальной работы подтвердилось: дополнительные уроки по решению поисковых задач обеспечивают совершенствование комбинаторных действий у второклассников.

4. Заключение.

4.1. Характеристики исследования

Достижение полученных в исследовании результатов определяется рядом условий.

Во-первых, особенностями программы «Комбинирование-1»: неучебное содержание, поисковый характер включенных в нее задач, их дифференциация по роду и типам.

Во-вторых, важное значение имеют такие конкретные характеристики дополнительных уроков, как их количество – было проведено 16 уроков и их продолжительность – один астрономический час в неделю.

В-третьих, каждый урок состоит из трех частей – предварительное обсуждение, самостоятельное решение проблем, заключительное обсуждение. Предварительные и заключительные обсуждения учат методам анализа и решения проблем, методам контроля и оценки решений и способствуют развитию комбинаторных навыков.

4.2. Научное значение исследования

Получены новые знания в отношении условий формирования комбинаторных действий. Эти знания расширяют и уточняют представления возрастной и педагогической психологии о характеристиках интеллектуального развития детей в период обучения в начальной школе, в частности, в отношении особенностей формирования комбинаторных действий во втором классе.

Апробированная в исследовании неучебная программа «Комбинирование-1» представляет собой важный задел для разработки методов интеллектуального

обогащения образовательной среды в начальных классах средней школы.

4.3. Дальнейшие цели изучения комбинаторных действий

Провести аналогичное исследование с учениками третьего и четвертого классов для более полной и точной оценки влияния программы «Комбинирование-1» на формирование комбинаторных действий.

Определить оптимальный состав поисковых неучебных задач программы «Комбинирование-1» для учеников третьего и четвертого классов и проверить эффективность поисковых задач других родов и типов.

Проверить эффективность для формирования комбинаторных действий заданий на самостоятельное составление задач [12], а также заданий на проверку готовых решений.

Найти новые варианты продолжительности одного урока и его трех частей, а также количества детей в классе.

Создать интегрированную программу обучения мышлению учащихся начальной школы, в которой программа «Комбинирование-1» будет служить пропедевтикой для реализации курсов развития критического и творческого мышления.

5. Вывод.

Исследование продемонстрировало эффективность формирования комбинаторных действий у второклассников в условиях групповой работы, где на регулярной основе (еженедельно) в течение четырех месяцев (январь май) детям предлагались разные типы неучебных поисковых задач, включенных в программу «Комбинирование-1».

Библиографический список

1. English L.D. (1991). Young children's combinatoric strategies. *Educational Studies in Mathematics*, 22 (5), 451-474.
2. English L.D. (1993). Children's strategies for solving two- and three-dimensional combinatorial problems. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24 (3), 255-273.
3. English L.D. (2005) Combinatorics and the Development of Children's Combinatorial Reasoning. In: Jones G.A. (eds) *Exploring Probability in School*. Mathematics Education Library, vol 40. Springer, Boston, MA. P. 121-141.
4. Krpec, R. (2014) the development of combinatorial skills of the lower primary school pupils through organizing the sets of elements. *Acta mathematica*, 17. Nitra: Univerzita Konštantína Filizofa.

5. Maher, C., & Yankelewitz, D. (2010). Representations as tools for building arguments. In Maher, C., Powell, A., & Uptegrove, E. (Eds.), *Combinatorics and Reasoning: Representing, Justifying and Building Isomorphisms* (pp. 17-26). New York, NY: Springer.
6. Poddiakov A.N. (2011) *Multivariable Objects for Stimulation of Young Children's Combinatorial Experimentation and Causal-Experimental Thought*. *Psychology in Russia: State of the Art*, 4, 397-420.
7. Wellman H.M., & Gelman S.A. (1992). Cognitive development: Foundational theories in core domains. *Annual Review of Psychology*, 43, 337-375.
8. White, H. (1984). The Development of Combinatorial Reasoning: The Role of Cognitive Capacity // *The Journal of Genetic Psychology: Research and Theory on Human Development* 145, (2), 185-193.
9. Wilkening F., & Sodian B. (2005). Scientific reasoning in young children: Introduction. *Swiss Journal of Psychology*, 64, 137-139.
10. Zimmerman, C. (2000). The development of scientific reasoning skills. *Developmental Review*, 20, 99-149.
11. Зак А.З. Мышление младшего школьника. – СПб.: «Содействие», 2004.
12. Зак А.З. Развитие авторского мышления у младших школьников. – М.: Библио-Глобус, 2016.

FORMATION OF COMBINATORIAL ACTIONS IN PRIMARY SCHOOL

A.Z. Zak, *Doctor of Psychological Science*
Psychological Institute of Russian Academy of Education
 (Russia, Moscow)

Abstract. *The aim of the study was to determine the conditions for the formation of combinatorial actions in elementary school, in particular, among second-graders. The hypothesis was that classes according to the author's program "Combination-1" creates the required conditions. The program includes 16 types of search problems of non-educational content. Each type of problem has three structural variants associated with the search for an answer, the search for a question, and the search for part of the initial conditions. The implementation of these options involves the implementation of combinatorial actions. The control group included 52 students, the experimental group - 56 students who participated in 16 group lessons (weekly, from January to May). The initial and final diagnostics of the formation of combinatorial actions was carried out. The study showed that the lessons "Combination-1" contribute to the formation of combinatorial actions in children. In further research, it is planned to determine the extent to which the Combination-1 program contributes to the formation of combinatorial actions in third-graders and fourth-graders.*

Keywords: *second-graders, combinatorial actions, search tasks of non-educational content, program "Combination-1".*