

## СУЩЕСТВУЕТ БЕСКОНЕЧНОЕ КОЛИЧЕСТВО ПАР ПРОСТЫХ ЧИСЕЛ $P_1, P_2$ , $\Delta P_{2-1} = 2$

**П.В. Петров, студент**  
Хакасский государственный университет  
(Россия, г. Абакан)

DOI:10.24412/2500-1000-2023-1-2-182-199

**Аннотация.** В статье рассматривается одна из старейших математических задач, существование пар простых чисел вида  $P_1, P_2, \Delta P_{2-1} = 2$ , у данной проблемы существует длительная история поиска решений. Один из таких результатов, является результат доказанный Бруном в 1919 г: «Ряд из величин, обратный простым близнецам, обрывается или сходиться», также таким результатом является достижение Джана Итена который в 2013 доказала что: «что существует бесконечно много пар последовательных простых чисел с разностью не более 70 миллионов». Далее данный результат был улучшен 2014 Пэйсом Нильсеном из университета Брайгама Янга в Юте – 246. Моё решение не является продолжением работы Джана Итена, а является альтернативным способом решения, данной задачи. Данное решение будет изложено ниже и подразумевает под собой, решение данной задачи в более широком смысле, где проблема простых близнецов, является лишь частным случаем, более подробно об этом будет изложено в другой статье, а в данной же статье речь пойдёт именно о проблеме простых близнецов.

**Ключевые слова:** построения последовательностей, симметричные остатки, полные комбинации остатков, эпициклоиды, нумерация комбинаций.

Теорема №3. Каждой комбинации остатков полученной путём перебора из Таблицы №1:

Таблица 1.  $\pi(N)$ - Количество простых чисел на промежутке  $[1: N]$ .  $\pi(N)$ -функция простых чисел.

1	2	3	4	,...	$P - 1$	$P$
1/2	2/2			,...		
1/3	2/3	3/3		,...		
1/5	2/5	3/5	4/5	,...		
,....	,....	,....	,....	,....	,....	,....
1/P	2/P	3/P	4/P	,....	$(P - 1)/P$	$P/P$

Согласно правилам:

1) Берётся один период каждой последовательности (1).

2) В данных периодах последовательностей, берётся каждый остаток каждой последовательности (1).

3) Для одной комбинации  $V$  берётся один остаток каждой последовательности (1).

4) Нумерация комбинаций начинается сверху вниз, согласно росту периодов последовательностей (1).

будет соответствовать, какое-либо целое число на промежутке  $[1: +\infty]$ .

Представим натуральный ряд в виде долей, согласно Теореме №1:

1) Если во множестве натуральных чисел  $2, 3, 4, \dots, N$  зачеркнуть числа, кратным первым  $r$  простым числам  $2, 3, 4, \dots, P_r$ , то первое (наименьшее) не зачёркнутое число будет простым.

2) Если вычеркнуть все числа, кратные всем простым числам до  $\sqrt{N}$ , т.е. выбрать  $r$  так, что  $P_r < \sqrt{N} < P_{r+1}$ , то оставшиеся числа будут совпадать с множеством всех простых чисел  $P$ , таких что  $\sqrt{N} < P < N$ .

Разделим каждое число ряда  $\{1, 2, 3, \dots, N^2\}$ , на числа  $2, 3, 5, \dots, P, P \leq N$

При этом будут браться, только простые числа из промежутка  $[1; N]$ .

$$L = \pi(N)$$

$L$  – количество последовательностей.  $\pi(x)$  – функция простых чисел на промежутке  $[1; N]$ . Таблица №2

Таблица 2. Ряд в виде долей представленный согласно Теореме №1

1	2	3	4	, ...,	$N^2 - 1$	$N^2$
1/2	2/2	3/2	4/2	, ...,	$(N^2 - 1)/2$	$N^2/2$
1/3	2/3	3/3	4/3	, ...,	$(N^2 - 1)/3$	$N^2/3$
1/5	2/5	3/5	4/5	, ...,	$(N^2 - 1)/5$	$N^2/5$
, ...,	, ...,	, ...,	, ...,	, ...,	, ...,	, ...,
1/P	2/P	3/P	4/P	, ...,	$(N^2 - 1)/P$	$N^2/P$

Зададим данные последовательности с помощью формулы:

$$\begin{aligned} S(n) &= Gn \\ n &\in [1, 2, 3, \dots, N^2] \\ G &= 1/T \end{aligned}$$

$T \in (1; N]$ ,  $T$  – простое число,  $G$  – коэффициенты последовательностей. Таким же образом будут получены последовательности (1):

$$\begin{aligned} S(n) &= 0,5n, S(n) = 0,33n, S(n) = 0,2n, \dots, S(n) = \frac{1}{P}n(1) \\ n &\in [1, 2, 3, \dots, N^2] \end{aligned}$$

Рассмотрим Таблицу 2:

Таблица 2. Ряд в виде долей, представленных согласно Теореме №1

1	2	3	4	, ...,	$N^2 - 1$	$N^2$
1/2	2/2	3/2	4/2	, ...,	$(N^2 - 1)/2$	$N^2/2$
1/3	2/3	3/3	4/3	, ...,	$(N^2 - 1)/3$	$N^2/3$
1/5	2/5	3/5	4/5	, ...,	$(N^2 - 1)/5$	$N^2/5$
, ...,	, ...,	, ...,	, ...,	, ...,	, ...,	, ...,
1/P	2/P	3/P	4/P	, ...,	$(N^2 - 1)/P$	$N^2/P$

Данная Таблица №2 получена путём подстановки в последовательности (1), целых чисел  $n$ ,  $n \in [1, 2, 3, \dots, N^2]$ . Данную подстановку назовём естественным ходом, заполнение Таблицы №2. Данную Таблицу №2, можно разделить на комбинации остатков. Одной комбинацией остатков называется значение последовательно-

стей (1) при  $n = d$ , где  $d$ - некоторое целое число, принадлежащее промежутку  $[1; N^2]$ . Общее количество комбинаций будет определяться числом  $N^2$ , так как данное число является наибольшим в промежутке  $[1; N^2]$ .

$$S(n) = 0,2n, \dots, S(n) = \left(\frac{1}{P_1}\right)n, S(n) = \left(\frac{1}{P_2}\right)n, n = d$$

$$S(d) = 0,2d, \dots, S(d) = \left(\frac{1}{P_1}\right)d, S(d) = \left(\frac{1}{P_2}\right)d, n = d$$

$$0,2d = a_1 + t_1$$

, ...,

$$\left(\frac{1}{P_1}\right)d = a_{P_1} + t_{P_1}$$

$$\left(\frac{1}{P_2}\right)d = a_{P_2} + t_{P_2}$$

$(t_1, \dots, t_{P_1}, t_{P_2})$  – комбинация остатков при числе  $d$ .  $d \in [1; N^2]$ . Количество остатков будет соответствовать количеству простых чисел на промежутке  $[1; N]$  то есть функции  $\pi(N)$ ,  $x = N$ . Отсюда получим правило получения комбинаций: «Для любого целого числа  $d$ ,  $d \in [1; N^2]$  берётся один остаток в каждой последовательности (1)».

Теперь рассмотрим другой способ получения комбинаций:

Таблица 3 Значения остатков последовательностей (1), равные одному периоду каждой последовательности (1), периоды простые числа

1	2	3	4	...	P – 1	P
1/2	2/2			...		
1/3	2/3	3/3		...		
1/5	2/5	3/5	4/5	...		
...	...	...	...	...	...	...
1/P	2/P	3/P	4/P	...	(P – 1)/P	P/P

Данные комбинации могут получаться методом перебора, согласно правилу, полученному из выше сформулированного правила (из естественного хода заполнения Таблицы №2): «Для любого числа  $d$ ,  $d \in [1; N^2]$  берётся один остаток в каждой последовательности». Из данного правила получим формулировку: «Для любой одной комбинации «V» берётся один остаток в одном периоде каждой последовательности (2)».

Теперь рассмотрим получения комбинаций естественным ходом, количество их

Так как последовательности (1) имеют периоды,  $2, 3, \dots, P$ . То количество различных остатков, каждой последовательности, будет определяться одним периодом каждой последовательности (1), отсюда правило: Для составления комбинаций берётся один период каждой последовательности (1). Это следует из Теоремы №1 так как на основе данной теоремы получены последовательности (1). Составим Таблицу 3:

условно ограниченно промежутком  $[1; N^2]$ , но при необходимости подстановку значений в последовательности (1), можно продолжать не ограниченно.  $n \in [1, 2, 3, \dots, N^2, N^2 + 1, N^2 + 2, \dots, +\infty]$ .

Теперь необходимо доказать, что при получении комбинаций естественным ходом, при неограниченном заполнении, используются все остатки 1-го периода, каждой последовательности (1):

Доказательство:

Рассмотрим Таблицу №3:

Таблица 3. Значения остатков последовательностей (1), равные одному периоду каждой последовательности (1), периоды простые числа.

1	2	3	4	...	P – 1	P
1/2	2/2			...		
1/3	2/3	3/3		...		
1/5	2/5	3/5	4/5	...		
...	...	...	...	...	...	...
1/P	2/P	3/P	4/P	...	(P – 1)/P	P/P

Так как данные последовательности(1) имеют периоды то они периодические, то рассмотрим две 1-ые последовательности:  $S(n) = 0,5n$ ,  $S(n) = 0,33(3)n$ , и их периоды  $T_1 = 2$ ,  $T_2 = 3$ , представим естественный ход заполнения при не ограниченном

росте  $n \in [1, 2, 3, \dots, N^2, N^2 + 1, N^2 + 2, \dots, +\infty]$ , в виде движения двух окружностей,  $O_1$  – не подвижная,  $O_2$  – подвижная, то есть если  $R_1 = 3$ ,  $R_2 = 2$ . Эпициклоида – плоская кривая, образуемая фиксирован-

ной точкой окружности, катящейся по внешней стороне другой окружности без скольжения. Рисунок 1.

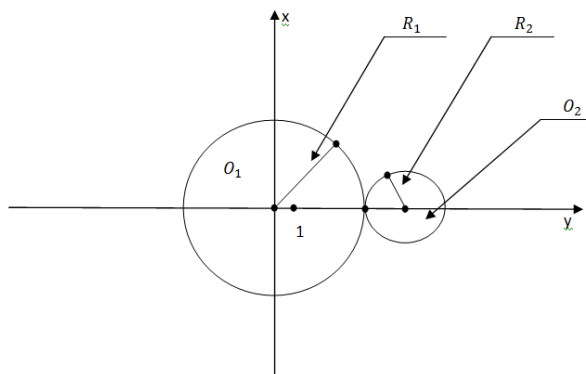


Рис. 1  $O_1$  – не подвижная окружность (направляющая),  $O_2$  – подвижная окружность (производящая),  $R_1$  – радиус не подвижной окружности,  $R_2$  – радиус подвижной окружности

Мы имеем право так представлять, так как последовательности  $S(n) = 0,5n$ ,  $S(n) = 0,33(3)n$ -периодические. То по свойствам эпициклоид имеем: Количество точек невозврата на неподвижной окружности  $O_1$ , от подвижной окружности  $O_2$ , будет определяться радиусом не подвижной окружности  $R_1 (i = 3)$ ,  $i$  – количество точек невозврата. Это следует из того, что  $R_1$  не кратно  $R_2$ , а это следует из определения простого числа: «Натуральное число  $P$  называется простым, если  $P > 1$  и  $P$  не имеет положительных делителей, отличных от 1 и  $P$ ». То есть если периоды последовательностей(1) простые числа, то радиусы их не могут быть кратны друг другу.

А это значит, что остаток  $1/2$ , последовательности  $S(n) = 0,5n$ ,  $n \in [1, 2, \dots, +\infty]$ , будет иметь три различные точки на окружности  $O_1$ . То есть комбинации остатков:  $\{\frac{1}{2}; \frac{1}{3}\}$ ,  $\{\frac{1}{2}; \frac{2}{3}\}$ ,  $\{\frac{1}{2}; 0\}$ . С последовательностью  $S(n) = 0,33(3)n$ ,  $n \in [1, 2, \dots, +\infty]$ . Рисунок №2

Если на окружности  $O_2$  взять точку 0, (остаток 0), то есть совершить поворот окружности  $O_2$  на 180-градусов, остаток 0 будет иметь три различные точки на окружности  $O_1$ . То есть комбинации остатков:  $\{0; \frac{1}{3}\}$ ,  $\{0; \frac{2}{3}\}$ ,  $\{0; 0\}$ . Это следует из того, что при повороте окружности  $O_2$ , отношения радиусов окружностей не меняется. Рисунок 3.

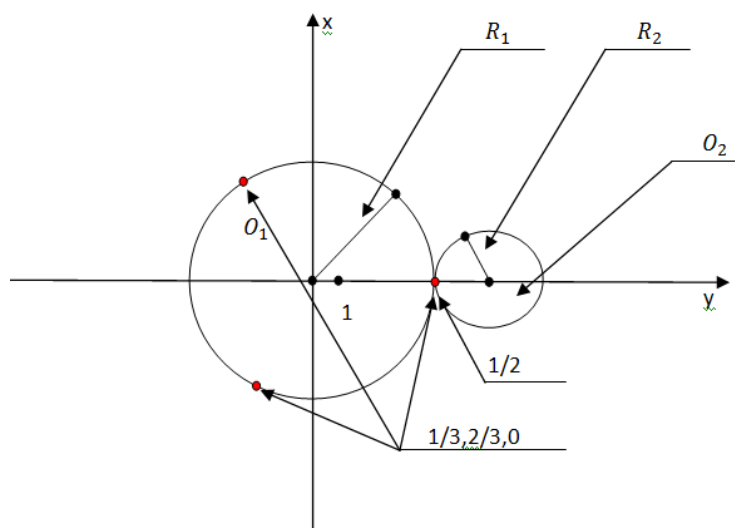


Рис. 2. Точки невозврата, полученные путём построения эпициклоиды, полученные с помощью двух окружностей  $O_1, O_2$ .

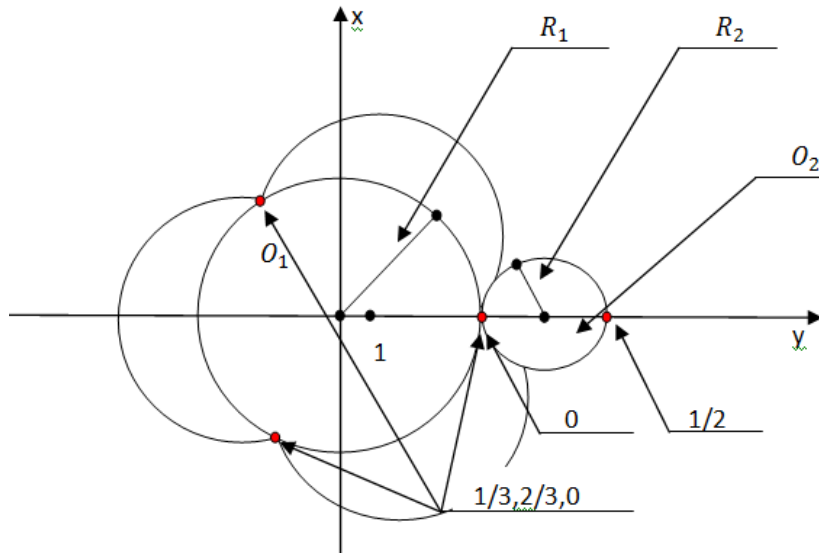


Рис. 3 Точки невозврата, полученные путём построения эпициклоиды, с помощью двух окружностей  $O_1, O_2$ . Окружность  $O_2$  совершила поворот на 180 градусов.

Если построить эпициклоиду, при этом использовать обе точки 0 и 1/2, то получится 6 точек, на окружности  $O_1$ , то есть определить общее количество комбинаций:  $\{\frac{1}{2}; \frac{1}{3}\}, \{\frac{1}{2}; \frac{2}{3}\}, \{\frac{1}{2}; 0\}, \{0; \frac{1}{3}\}, \{0; \frac{2}{3}\}, \{0; 0\}$ .

Теперь к двум первым последовательностям  $S(n) = 0,5n, S(n) = 0,33(3)n \quad n \in [1, 2, \dots, +\infty]$ , прибавим третью последовательность  $S(n) = 0,2n \quad n \in [1, 2, \dots, +\infty]$ . Общий период первых двух последовательностей, будет определяться как  $T_{1-2} = 6$ , то возьмём радиус окружности  $O_3, R_3 = 6$ , а радиус окружности  $O_4, R_4 = 5$ , То по

свойствам эпициклоид имеем: Количество точек не возврата на неподвижной окружности  $O_3$ , от подвижной окружности  $O_4$ , будет определяться радиусом не подвижной окружности  $R_3(i = 6)$ ,  $i$  – количество точек не возврата. Это следует из того, что  $R_1$  не кратно  $R_2$ , а это следует из определения простого числа: «Натуральное число  $P$  называется простым, если  $P > 1$  и  $P$  не имеет положительных делителей, отличных от 1 и  $P$ ». То есть число 6 взаимно-простое с числом 5, так как множители 2 и 3 не кратны 5. Рисунок 4.

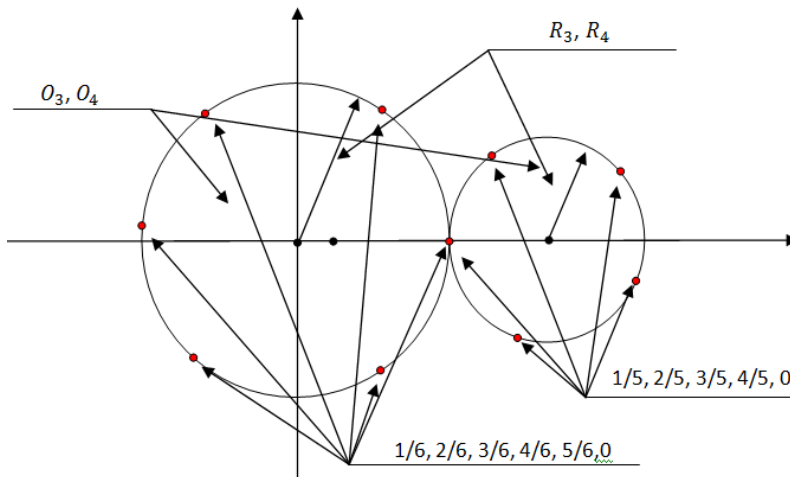


Рис. 4. Точки невозврата, полученные путём построения эпициклоиды, с помощью двух окружностей  $O_3, O_4$ .

А это значит, что остаток  $1/5$  последовательности  $S(n) = 0,2n$ ,  $n \in [1, 2, \dots, +\infty]$ , будет иметь 6 различных точек на окружности  $O_3$ . То есть комбинации остатков:  $\{\frac{1}{5}; \frac{1}{6}\}, \{\frac{1}{5}; \frac{2}{6}\}, \{\frac{1}{5}; \frac{3}{6}\}, \{\frac{1}{5}; \frac{4}{6}\}, \{\frac{1}{5}; \frac{5}{6}\}, \{\frac{1}{5}; 0\}$ , с последовательностью  $S(n) = 0,166(6)n$ ,  $n \in [1, 2, \dots, +\infty]$ . Или остаток  $1/5$ , будет иметь комбинации остатков с комбинациями остатков, полученных от последовательностей  $S(n) = 0,5n$ ,  $S(n) = 0,33(3)n$   $n \in [1, 2, \dots, +\infty]$ ,

$$\begin{aligned} & \left\{ \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{2}{5} \right\}, \left\{ \frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{2}{5} \right\}, \left\{ \frac{1}{2}; 0; \frac{2}{5} \right\}, \left\{ 0; \frac{1}{3}; \frac{2}{5} \right\}, \left\{ 0; \frac{2}{3}; \frac{2}{5} \right\}, \left\{ 0; 0; \frac{2}{5} \right\} \\ & \left\{ \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{3}{5} \right\}, \left\{ \frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{5} \right\}, \left\{ \frac{1}{2}; 0; \frac{3}{5} \right\}, \left\{ 0; \frac{1}{3}; \frac{3}{5} \right\}, \left\{ 0; \frac{2}{3}; \frac{3}{5} \right\}, \left\{ 0; 0; \frac{3}{5} \right\} \\ & \left\{ \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{4}{5} \right\}, \left\{ \frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{4}{5} \right\}, \left\{ \frac{1}{2}; 0; \frac{4}{5} \right\}, \left\{ 0; \frac{1}{3}; \frac{4}{5} \right\}, \left\{ 0; \frac{2}{3}; \frac{4}{5} \right\}, \left\{ 0; 0; \frac{4}{5} \right\} \\ & \left\{ \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; 0 \right\}, \left\{ \frac{1}{2}; \frac{2}{3}; 0 \right\}, \left\{ \frac{1}{2}; 0; 0 \right\}, \left\{ 0; \frac{1}{3}; 0 \right\}, \left\{ 0; \frac{2}{3}; 0 \right\}, \left\{ 0; 0; 0 \right\} \end{aligned}$$

Это следует из того, что при повороте окружности  $O_3$ , отношения радиусов не меняется. При этом количество, различных комбинаций можно посчитать, как общий знаменатель трёх последовательностей:  $2 \times 3 \times 5 = 30$ .

Соответственно, добавляя по очереди, следующие последовательности к последовательностям:  $S(n) = 0,5n$ ,  $S(n) = 0,33(3)n$ ,  $S(n) = 0,2n$ ,  $n \in [1, 2, \dots, +\infty]$ , периоды, которых простые числа, лежащие на промежутке  $[1; N]$ :  $S(n) = 0,142n$ ,  $S(n) = 0,09(09)n, \dots, S(n) = \frac{1}{P_1} \times n, S(n) = \frac{1}{P_2} \times n$ ,  $n \in [1, 2, \dots, +\infty]$ , будем получать, комбинации остатков, при этом каждая комбинация уже полученных комбинации остатков, будет иметь комбинации, со всеми остатками, следующей последовательности, это следует из того что, все периоды последовательностей простые числа, а это значит, что общий период уже полученных комбинаций остатков, будет состоять из простых чисел, то есть  $2 \times 3 \times 5 = 30$ , взаимно-простое с 7, соответственно  $30 \times 7 = 210$  взаимно-простое с 11,  $210 \times 11$  взаимно-простое с 13, ...,  $210 \times 11 \times 13, \dots, P_1$ , взаимно-простое с  $P_2$ . «Натуральное число  $P$  называется

$\left\{ \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{5} \right\}, \left\{ \frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{1}{5} \right\}, \left\{ \frac{1}{2}; 0; \frac{1}{5} \right\}, \left\{ 0; \frac{1}{3}; \frac{1}{5} \right\}, \left\{ 0; \frac{2}{3}; \frac{1}{5} \right\}, \left\{ 0; 0; \frac{1}{5} \right\}$ . Так как количество различных комбинаций первых двух последовательностей будет определяться как общий знаменатель периодов двух последовательностей:  $2 \times 3 = 6$ .

Если на окружности  $O_3$  взять точки  $\frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, 0$ , и совершать повороты окружности  $O_3$ , на определённый градус соответствующим точкам, то каждой такой точке будет соответствовать, комбинации остатков:

простым, если  $P > 1$  и  $P$  не имеет положительных делителей, отличных от 1 и  $P$ », то есть: период 2 не имеет общих множителей с периодами  $\{3, 5, 7, \dots, P_1, P_2\}$ , кроме 1-цы также 3 не имеет общих множителей с периодами  $\{2, 5, 7, \dots, P_1, P_2\}$ , кроме 1-цы, также 5 не имеет общих множителей с периодами  $\{2, 3, 7, \dots, P_1, P_2\}$ , кроме 1-цы, также 7 не имеет общих множителей с периодами  $\{2, 3, 5, \dots, P_1, P_2\}$ , кроме 1-цы, также  $P_1$  не имеет общих множителей с периодами  $\{2, 3, 5, \dots, P_2\}$ , кроме 1-цы, также  $P_2$  не имеет общих множителей с периодами  $\{2, 3, 5, \dots, P_1\}$  кроме 1-цы,  $\{2, 3, 5, 7, \dots, P_1, P_2\} \in [1; N]$ ,  $2 < 3 < 5 < 7 < \dots < P_1 < P_2$

А это значит, что при получении комбинаций естественным ходом, при неограниченном заполнении, используются все остатки 1-го периода, каждой последовательности (1). Отсюда правило для получения комбинаций методом перебора: «В данных периодах последовательностей, берётся каждый остаток каждой последовательности (1) на одном периоде.» (3)

Что и требовалось доказать.

Выпишем все правила, и добавим 4-ое:

1) Для составления комбинаций берётся один период каждой последовательности.

2) «Для любой комбинации «V» берётся один остаток в одном периоде каждой последовательности.

3) В данных периодах последовательностей, берётся каждый остаток каж-

дой последовательности (1) на одном периоде.

4) Нумерация комбинаций начинается сверху вниз, согласно росту периодов последовательностей (1). Это следует из Теоремы №1, так как согласно работы данной Теоремы в промежуток [1; N], как добавляются простые числа.

Таблица-дополнение. Одна комбинация выделенная красным маркером, полученная методом перебора, согласно выше описанным правилам, количество остатков, равно количеству простых чисел на промежутке [1; N].

1	2	3	4	.....	P - 1	P
1/2	2/2			.....		
1/3	2/3	3/3		.....		
1/5	2/5	3/5	4/5	.....		
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
1/P	2/P	3/P	4/P	.....	(N - 1)/P	N/P

Одна комбинация полученная методом перебора:  $(\frac{2}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \dots, \frac{1}{P})$ .

Составим Таблицу №4, методом перебора согласно выше описанным правилам:

Таблица 4. Комбинации остатков, полученные методом перебора, из Таблицы-дополнение, по выше изложенным правилам. При этом верхняя строчка является номером комбинации, а не числом n, n ∈ [1; +∞]

1	2	3	4	, ...,	F - 2	F - 1	F
q <sub>11</sub>	q <sub>21</sub>	q <sub>31</sub>	q <sub>41</sub>	, ...,	q <sub>n-21</sub>	q <sub>n-11</sub>	q <sub>n1</sub>
q <sub>12</sub>	q <sub>22</sub>	q <sub>32</sub>	q <sub>42</sub>	, ...,	q <sub>n-22</sub>	q <sub>n-12</sub>	q <sub>n2</sub>
q <sub>13</sub>	q <sub>23</sub>	q <sub>33</sub>	q <sub>43</sub>	, ...,	q <sub>n-23</sub>	q <sub>n-13</sub>	q <sub>n3</sub>
, ...,	, ...,	, ...,	, ...,	, ...,	, ...,	, ...,	, ...,
q <sub>1P</sub>	q <sub>2P</sub>	q <sub>3P</sub>	q <sub>4P</sub>	, ...,	q <sub>n-2P</sub>	q <sub>n-1P</sub>	q <sub>nP</sub>

Так как комбинации остатков, полученные методом перебора из Таблицы – дополнение, содержащиеся в Таблице №4 получены согласно правилам, при этом данные правила вытекают из выше доказанного, то есть из заполнения Таблицы №3 естественным ходом, при неограниченном росте n ∈ [1; +∞], а это правила:

1) Для составления комбинаций берётся один период каждой последовательности.

2) «Для любой комбинации «V» берётся один остаток в одном периоде каждой последовательности.

3) В данных периодах последовательностей, берётся каждый остаток каждой последовательности (1) на одном периоде.

4) Нумерация комбинаций начинается сверху вниз, согласно росту периодов последовательностей (1).

То каждая комбинация, полученная методом перебора, будет соответствовать, какому-либо целому числу на промежутке [1; +∞], но при этом при составлении комбинаций методом перебора нельзя сказать какому именно целому числу (n) на промежутке [1; +∞], будет принадлежать, какая-либо комбинация остатков.

Комбинации остатков, полученные методом перебора из Таблицы – дополнение, разделим на полные и не полные комбинации.

Полные комбинации остатков – это комбинации, полученные методом перебора, и соответствующие какому-либо целому числу на промежутке [N; N<sup>2</sup>], то есть

количество остатков у данной комбинации будет равно, количеству последовательностей (1), то есть количеству простых чисел на промежутке  $[1; N]$ .  $\pi(N)$ .

Не полные комбинации остатков – это комбинации, полученные методом перебора, не соответствующие какому-либо числу на промежутке  $[1; N^2]$ , то есть количество остатков у данной комбинации будет не равно, количеству последовательностей (1), то есть количеству простых чисел на промежутке  $[1; N]$ .  $\pi(N)$ .

стей (1), то есть количеству простых чисел на промежутке  $[1; N]$ .  $\pi(N)$ .

Для того чтобы данную комбинацию сделать полной, необходимо увеличить промежуток  $[1; N + D]$ .  $\pi(N + D)$ , то есть увеличить количество простых чисел, соответственно и последовательностей (1).

Что и требовалось доказать.

Теорема №4. Существует бесконечное количество пар простых чисел  $P_1$  и  $P_2$ , где  $P_2 - P_1 = 2$ .

Таблица 1. один период каждой последовательности (1)

	1	2	3	4	5	...	P
2	1/2	2/2				...	
3	1/3	2/3	3/3			...	
5	1/5	2/5	3/5	4/5	5/5	...	
...	...	...	...	...	...	...	...
P	1/P	2/P	3/P	4/P	5/P	...	P/P

Рассмотрим, Таблицу №1 выделив остатки 1-го и 3-его столбца, соответствующие числам 1 и 3. 1 и 3 столбцы содержат остатки:

$$1 \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \dots, \frac{1}{P} \right\}$$

$$3 \left\{ \frac{1}{2}, 0, \frac{3}{5}, \dots, \frac{3}{P} \right\}$$

Докажем, что существует бесконечное количество чётных чисел имеющие не симметричные остатки с остатками чисел 1 и 3 то есть такие чётные числа что в сумме с остатками чисел 1 и 3 дают остатки удовлетворяющие условию (1):

Числа 1, 3, чётное число  $F$ :

$$1 \left\{ \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \dots, \frac{1}{P} \right\} \text{ и } 3 \left\{ \frac{1}{2}, \frac{3}{3}, \frac{3}{5}, \dots, \frac{3}{P} \right\}, F \{a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_N\} \text{ - остатки чисел 1, 3, } F.$$

$$1 + F = C, C \text{ - некое простое число.}$$

$$\frac{1}{2} + a_1 = c + t_1$$

$$\frac{1}{3} + a_2 = c + t_2$$

$$\frac{1}{5} + a_4 = c + t_4$$

, ...,

$$\frac{1}{P} + a_p = c + t_p$$

При этом остатки числа  $C$  будут удовлетворять условию:

$$0 < t_1 < 1$$

$$0 < t_2 < 1$$

$$0 < t_4 < 1$$

, ...,



$$0 < t_p < 1$$

$3 + F = D$ ,  $D$  – некоторое простое число.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} + a_1 &= d + k_1 \\ \frac{1}{3} + a_2 &= d + k_2 \\ \frac{1}{5} + a_4 &= d + k_4 \\ &\dots \\ \frac{1}{P} + a_p &= d + k_p \end{aligned}$$

При этом остатки числа  $D$  будут удовлетворять условию:

$$\begin{aligned} 0 < k_1 < 1 \\ 0 < k_2 < 1 \\ 0 < k_4 < 1 \\ &\dots \\ 0 < k_p < 1 \end{aligned}$$

Данные условия получены с помощью Теоремы №2: Любое составное число  $C \in [N; N^2]$  можно представить в виде суммы двух целых чисел  $C = A + B$ , при этом  $A$  и  $B$ , будут иметь симметричные остатки. Любое простое число  $D \in [N; N^2]$  можно представить в виде суммы двух целых чисел  $D = F + K$ , при этом  $F$  и  $K$ , будут иметь не симметричные остатки.

Остатки целого числа  $A$  принадлежащего промежутку  $[1; N^2]$ , есть остатки полученные путём деления числа  $A$  на числа из промежутка  $[1; N]$ ,  $A \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_N\}$ .

Остатки целого числа  $B$  принадлежащего промежутку  $[1; N^2]$ , есть остатки полученные путём деления числа  $B$  на числа из промежутка  $[1; N]$ ,  $B \{b_1, b_2, b_3, \dots, b_N\}$ .

Остатки чисел  $A$  и  $B$ , являются не симметричными друг относительно друга, если целое число  $D$ , полученное с помощью суммы чисел  $A + B = D$ , где  $D$  имеет остатки удовлетворяющие условию:  $D\{0 < d_1 < 1, 0 < d_2 < 1, 0 < d_3 <$

$1, \dots, 0 < d_N < 1\}$ ,  $D$  принадлежит промежутку  $[1; N^2]$ , то есть остатки целого числа  $D$  (так как  $A$  и  $B$  – целые то  $D$  - целое) могут быть также получены путём деления целого числа  $D$  на числа из промежутка  $[1; N]$ . То есть  $D$  – будет простым числом, так как не делиться на цело ни одно из простых чисел на промежутке  $[1; N]$ .

Остатки чисел  $A$  и  $B$ , являются симметричными друг относительно друга, если целое число  $D$ , полученное с помощью суммы чисел  $A + B = D$ , где  $D$  имеет остатки удовлетворяющие условию:  $D\{0 < d_1 < 1, 0 < d_2 < 1, d_3 = 0, \dots, 0 < d_N < 1\}$ ,  $D$  принадлежит промежутку  $[1; N^2]$ , то есть остатки целого числа  $D$  (так как  $A$  и  $B$  – целые то  $D$  - целое) могут быть также получены путём деления целого числа  $D$  на числа из промежутка  $[1; N]$ . То есть  $D$  – будет составным числом, так как делиться на цело на какое-либо из промежутка  $[1; N]$ .

Доказательство: Рассмотрим Таблицу 1.

Таблица 1.

	1	2	3	4	5	.....	$P$
2	1/2	2/2				.....	
3	1/3	2/3	3/3			.....	
5	1/5	2/5	3/5	4/5	5/5	.....	
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
$P$	1/P	2/P	3/P	4/P	5/P	.....	P/P

Так как из Теоремы №3 следует, что любая комбинация остатков, полученная по правилам:

1) Берётся один период каждой последовательности (1).

2) В данных периодах последовательностей, берётся каждый остаток каждой последовательности (1)

3) Для каждой комбинации  $V$  берётся один остаток одного периода каждой последовательности (1)

4) Нумерация комбинаций начинается сверху вниз, согласно росту периодов последовательностей (1)

Будет соответствовать, какому-либо целому числу, которых бесконечное количество, то уберём в каждой последователь-

ности (1) Таблицы №1 остатки симметричные остаткам чисел 1 и 3.

Рассмотрим последовательности (1), в Таблице №1, все данные последовательности формируются по одному ниже изложенному принципу:

Разделим каждое число ряда  $\{1,2,3, \dots, N^2\}$ , на числа  $2,3,5, \dots, P$ .  $P \leq N$  При этом будут браться, только простые числа из промежутка  $[1; N]$ .

$$L = \pi(N)$$

$L$  – количество последовательностей.  
 $\pi(x)$  – функция простых чисел на промежутке  $[1; N]$ .

Таблица 2.

1	2	3	4	.....	$N^2 - 1$	$N^2$
1/2	2/2	3/2	4/2	.....	$(N^2 - 1)/2$	$N^2/2$
1/3	2/3	3/3	4/3	.....	$(N^2 - 1)/3$	$N^2/3$
1/5	2/5	3/5	4/5	.....	$(N^2 - 1)/5$	$N^2/5$
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
1/P	2/P	3/P	4/P	.....	$(N^2 - 1)/P$	$N^2/P$

Зададим данные последовательности с помощью формулы:

$$S(n) = Gn$$

$$n \in (1,2,3, \dots, N^2]$$

$$G = 1/T$$

$T \in (1; N]$ ,  $T$  – простое число,  $G$  – коэффициенты последовательностей.

Таким же образом будут получены последовательности:

$$S(n) = 0,5n, S(n) = 0,33n, S(n) = 0,2n, \dots, S(n) = \frac{1}{P}n(1)$$

$$n \in [1,2,3, \dots, N^2]$$

Рассмотрим последовательность №1 Таблица №2:  $S(n) = 0,5n$ ,  $n \in [1,2,3, \dots, N^2]$ , данная последовательность имеет период 2, а это будет означать, что количество различных значений остатков, в последовательности  $S(n) = 0,5n$  будет рано 2-ум  $\left\{\frac{1}{2}; 0\right\}$ .

Теперь рассмотрим остатки чисел 1 и 3 в последовательности  $S(n) = 0,5n$ ,  $n \in [1,2, \dots, N^2]$  (Также и при не ограниченном

росте  $n$ ,  $n \in [1,2, \dots, +\infty)$ , числам 1 и 3 будет соответствовать остаток 1/2, так как  $0,5n = 0,5 \times 1 = 0,5$ ,  $0,5n = 0,5 \times 3 = 1,5 = 1 + 0,5$ . Остаток «0» будет не симметричен остаткам чисел 1 и 3, так как  $\frac{1}{2} + 0 = \frac{1}{2}$ ,  $0 < \frac{1}{2} < 0$  – по Теореме №2 (остаток 1/2 не симметричен остатку 0), данный остаток удовлетворяет условию (1):

$$0 < t_1 < 1$$

$$0 < k_1 < 1$$

Так как остаток «0», в последовательности  $S(n) = 0,5n$ , будет соответствовать числу  $n = 2$ , и при этом период данной последовательности  $S(n) = 0,5n$   $T = 2$ , то зададим формулой (1), все значения на промежутке  $n \in [1, 2, \dots, N^2]$  (Также и при не ограниченном росте  $n$ ,  $n \in [1, 2, \dots, +\infty]$ ) при которых последовательность  $S(n) = 0,5n$ , будет иметь остаток «0»:

$$f(k) = 2 + 2k(1)$$

Где  $k \in [0, 1, 2, \dots, \frac{N^2}{2}]$ , При этом  $\frac{N^2}{2}$ , при не чётном  $N$ , будет округляться в большую сторону. (Также и при не ограниченном росте  $n$ ,  $n \in [1, 2, \dots, +\infty]$ ),  $2$  – значение последовательности  $S(n) = 0,5n$ , при  $n =$

$$f(k) = 2 + 2k(1)$$

$$f(k) = 2 + 2k = 2 \times (1 + k)(1)$$

А это значит, что все возможные комбинации остатков, удовлетворяющие условию (1) в последовательности  $S(n) = 0,5n$ , будут чётными числами.

Теперь рассмотрим последовательности(1), так как данные последовательности имеют периоды  $T \in (1; N]$ ,  $T$  – простое число, то данные последовательности пе-

риодические, то все возможные остатки каждой последовательности(1), при любом  $n \in [1, 2, \dots, N^2]$ , (Также и при не ограниченном росте  $n$ ,  $n \in [1, 2, \dots, +\infty]$ ), будут определены на одном периоде каждой последовательности (1), составим Таблицу №3:

2, коэффициент «2», в выражении  $2k$ , есть период последовательности  $S(n) = 0,5n$   
 При этом все значения формулы №1, будут принадлежать значениям промежутка  $n \in [1, 2, \dots, N^2]$ , так как в данный промежуток входят, чётные и не чётные числа, так как разница между любыми соседними числами будет равна 1-цы,  $\Delta = 2 - 1 = 1$ , задано условиями последовательности  $S(n) = 0,5n$ .  $n \in [1, 2, \dots, N^2]$  (Также и при не ограниченном росте  $n$ ,  $n \in [1, 2, \dots, +\infty]$ )

Так как в формуле (1), всегда можно вынести двойку за скобку, то это будет значить, что при любом  $k \in [0, 1, 2, \dots, \frac{N^2}{2}]$ , (Также и при не ограниченном росте  $n$ ,  $n \in [1, 2, \dots, +\infty]$ ), число  $f(k)$  – чётное.

риодические, то все возможные остатки каждой последовательности(1), при любом  $n \in [1, 2, \dots, N^2]$ , (Также и при не ограниченном росте  $n$ ,  $n \in [1, 2, \dots, +\infty]$ ), будут определены на одном периоде каждой последовательности (1), составим Таблицу №3:

Таблица 3, 1-н период каждой последовательности (1)

	1	2	3	4	5	.....	P
2	1/2	2/2				.....	
3	1/3	2/3	3/3			.....	
5	1/5	2/5	3/5	4/5	5/5	.....	
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
P	1/P	2/P	3/P	4/P	5/P	.....	P/P

Выпишем одного периода каждой последовательности (1) получим следующие:

$\{\frac{1}{2}, \frac{2}{2}\}$  – значения последовательности  $S(n) = 0,5n$ ,  $n \in n \in \{1, 2\}$ , согласно одному периоду последовательности.

$\{\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3}\}$  – значения последовательности  $S(n) = 0,33(3)n$  при  $n \in \{1, 2, 3\}$ , согласно одному периоду последовательности.

$\{\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \frac{5}{5}\}$  – значения последовательности  $S(n) = 0,2n$  при  $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$  со-

гласно одному периоду последовательности.

$\{\frac{1}{P}, \frac{2}{P}, \frac{3}{P}, \frac{4}{P}, \frac{5}{P}, \dots, \frac{P}{P}\}$  – значения последовательности  $S(n) = \frac{1}{P} \times n$   $n \in \{1, 2, 3, 4, 5, \dots, P\}$  согласно одному периоду последовательности.

Строчки каждой последовательности(1), длиной в один период.

Так как данные строчки получены, по одному и тому же принципу, вытекающего из построения последовательностей (1). (То есть из Теоремы №1 См. ниже). То не будем рассматривать каждую строчку, а рассмотрим некую общую строчку, назо-

вём данную строчку  $P_l$ .  $P_l$  — есть некое простое число,  $P_l \in [1; N]$ .

Рассмотрим, некое простое число  $P_l$  данное число принадлежит некоему промежутку  $[1; N]$ ,  $P_l \leq N$ .

$$\left\{ \frac{1}{P_l}, \frac{2}{P_l}, \frac{3}{P_l}, \frac{4}{P_l}, \frac{5}{P_l}, \dots, \frac{P_l}{P_l} \right\}$$

Тогда количество различных элементов в строчке  $P_l$ , будет определяться согласно периоду последовательности  $T = P_l$ ,  $S(n) = \frac{1}{P_l}n$ .  $n \in \{1, 2, 3, \dots, P_l\}$ . Обозначим элементы множества  $\left\{ \frac{1}{P_l}, \frac{2}{P_l}, \frac{3}{P_l}, \frac{4}{P_l}, \frac{5}{P_l}, \dots, \frac{P_l}{P_l} \right\}$ , буквой  $U$ . Так как мы берём только остатки, то остатком последнего элемента во множестве  $U$ , будет 0. Так как  $\frac{P_l}{P_l} + 0 = \frac{P_l}{P_l} \cdot \left\{ \frac{1}{P_l}, \frac{2}{P_l}, \frac{3}{P_l}, \frac{4}{P_l}, \frac{5}{P_l}, \dots, 0 \right\} \in U$ .

Теперь необходимо доказать, что если из  $\frac{P_l}{P_l}$  вычесть любой элемент из множества  $U$ , то мы получим элементы из множества  $U$ . То есть:

$$\frac{P_l}{P_l} - 0 = \frac{P_l}{P_l} \text{ — будет принадлежать множеству } U$$

$$\frac{P_l}{P_l} - \frac{1}{P_l} = \frac{P_l-1}{P_l} \text{ — будет принадлежать множеству } U$$

$$\frac{P_l}{P_l} - \frac{2}{P_l} = \frac{P_l-2}{P_l} \text{ — будет принадлежать множеству } U$$

$$\frac{P_l}{P_l} - \frac{3}{P_l} = \frac{P_l-3}{P_l} \text{ — будет принадлежать множеству } U$$

$$\frac{P_l}{P_l} - \frac{4}{P_l} = \frac{P_l-4}{P_l} \text{ — будет принадлежать множеству } U$$

$$\frac{P_l}{P_l} - \frac{5}{P_l} = \frac{P_l-5}{P_l} \text{ — будет принадлежать множеству } U$$

$$\dots, \frac{P_l}{P_l} - \frac{P_l-1}{P_l} = \frac{1}{P_l} \text{ — будет принадлежать множеству } U$$

При этом каждое выражение, можно представить в виде произведения:

$\frac{P_l}{P_l} = \frac{1}{P_l} \times (P_l)$  где  $(P_l) \in \{1, 2, 3, \dots, P_l\}$ , так как разница между любыми соседними элементами будет 1-ца,  $\Delta = 1$ , это следует из условий, с помощью которых были заданы последовательности (1).

$$\frac{P_l-1}{P_l} = \frac{1}{P_l} \times (P_l - 1) \text{ где } (P_l - 1) \in \{1, 2, 3, \dots, P_l\}$$

$$\frac{P_l-2}{P_l} = \frac{1}{P_l} \times (P_l - 2) \text{ где } (P_l - 2) \in \{1, 2, 3, \dots, P_l\}$$

$$\frac{P_l-4}{P_l} = \frac{1}{P_l} \times (P_l - 3) \text{ где } (P_l - 3) \in \{1, 2, 3, \dots, P_l\}$$

$$\frac{P_l-5}{P_l} = \frac{1}{P_l} \times (P_l - 4) \text{ где } (P_l - 4) \in \{1, 2, 3, \dots, P_l\}$$

$$\dots, \frac{1}{P_l} \times (P_l - (P_l - 1)) \text{ где } 1 \in \{1, 2, 3, \dots, P_l\}$$

То есть элементы  $\{P_l, (P_l - 1), (P_l - 2), (P_l - 3), (P_l - 4), (P_l - 5), \dots, 1\}$  будут соответствовать множеству  $\{1, 2, 3, \dots, P_l\}$ , то есть  $P_l = P_l$ ,  $(P_l - 1) = (P_l - 1)$ ,  $(P_l - 2) = (P_l - 2)$ ,  $(P_l - 3) = (P_l - 3)$ ,  $(P_l - 4) = (P_l - 4)$ ,  $(P_l - 5) = (P_l - 5), \dots, 1 = 1$ . А это будет означать, что подставив значения  $\{(P_l - 1), (P_l - 2), (P_l - 3), (P_l - 4), (P_l - 5), \dots, 1\}$  мы получим значения последовательностей  $S(n) = \frac{1}{P_l}n$  при  $\{1, 2, 3, \dots, P_l\}$  или  $\{P_l, (P_l - 1), (P_l -$

2),  $(P_l - 3), (P_l - 4), (P_l - 5), \dots, 1\}$ , то есть множество значений  $U$ . А это значит, что если из  $\frac{P_l}{P_l}$  вычистить любой элемент из множества  $U$ , то мы получим элементы из множества  $U$ .

Рассмотрим выражения:

$$\begin{aligned} \frac{P_l}{P_l} - 0 &= \frac{P_l}{P_l}, \text{ где } \frac{P_l}{P_l} \in U \\ \frac{P_l}{P_l} - \frac{1}{P_l} &= \frac{P_l - 1}{P_l}, \text{ где } \frac{P_l - 1}{P_l} \in U \\ \frac{P_l}{P_l} - \frac{2}{P_l} &= \frac{P_l - 2}{P_l}, \text{ где } \frac{P_l - 2}{P_l} \in U \\ \frac{P_l}{P_l} - \frac{3}{P_l} &= \frac{P_l - 3}{P_l}, \text{ где } \frac{P_l - 3}{P_l} \in U \\ \frac{P_l}{P_l} - \frac{4}{P_l} &= \frac{P_l - 4}{P_l}, \text{ где } \frac{P_l - 4}{P_l} \in U \\ \frac{P_l}{P_l} - \frac{5}{P_l} &= \frac{P_l - 5}{P_l}, \text{ где } \frac{P_l - 5}{P_l} \in U \\ \dots, \\ \frac{P_l}{P_l} - \frac{P_l - 1}{P_l} &= \frac{1}{P_l}, \text{ где } \frac{1}{P_l} \in U \end{aligned}$$

Каждое данное выражения, можно представить в виде уравнения:

$$\begin{aligned} \frac{P_l}{P_l} - x &= y \\ x \in \left\{ \frac{1}{P_l}, \frac{2}{P_l}, \frac{3}{P_l}, \frac{4}{P_l}, \frac{5}{P_l}, \dots, \frac{P_l - 1}{P_l}, 0 \right\} \end{aligned}$$

Так как данное уравнение представляет собой уравнение 1-ой степени, то это будет означать, что данное уравнение имеет один корень, а это значит, что одному из возможных значений  $x$ , будет соответствовать только одно значение  $y$ . А это будет означать, что любому остатку из множества  $U$ , будет соответствовать один симметричный остаток, из множества  $U$ .

Так как изначально рассматриваются, два не чётных числа 1 и 3 то в строчке  $P_l$  им будут соответствовать остатки:  $1/P_l$  и  $3/P_l$ . То определим количество не симметричных остатков обоим остаткам в строчке  $P_l$  или во множестве  $U$ . Так как каждому остатку во множестве  $U$ , будет всегда соответствовать один симметричный остаток, из множества  $U$ , то найдём для остатков  $1/P_l$  и  $3/P_l$  симметричные остатки:

$$\begin{aligned} \frac{P_l}{P_l} - \frac{1}{P_l} &= \frac{P_l - 1}{P_l} \\ \frac{P_l}{P_l} - \frac{3}{P_l} &= \frac{P_l - 3}{P_l} \end{aligned}$$

А это будет означать, для двух остатков, количество не симметричных остатков во множестве  $U$ , будет определяться по формуле:

$$\mu = P_l - 2$$

Где  $\mu$ - количество не симметричных остатков остаткам  $1/P_l$  и  $3/P_l$ ,  $P_l$ - количество остатков во множестве  $U$ , 2-это симметричные остатки, остаткам  $1/P_l$  и  $3/P_l$  во множестве  $U$ .

Теперь рассмотрим строчку 1 в Таблице №1:

1/2	2/2
-----	-----

Так как у последовательности  $S(n) = 0,5n$ , соответствующих 1-ой строчке будет период 2, то количество различных остатков будет равно двум:  $1/2$  0. То в числах 1 и 3 данные последовательности имеют

$$\mu = P - 1(1)$$

значения  $1/2$ , а это значит, что числу 1 и 3 будет соответствовать один не симметричный остаток 0, соответствующий чётному числу:

Где  $\mu$ - количество не симметричных остатков остаткам  $1/2$ .  $P$ - количество остатков во множестве  $U$ , 1- не симметричный остаток остатку  $1/2$ .

Для всех остальных строчек в Таблице №1, количество не симметричных остатков для остатков чисел 1 и 3 будет определяться по формуле(2), так как числа 1 и 3 будут иметь различные остатки, в одном периоде каждой последовательности(1):

$$\mu = P - 2(2)$$

Где  $P$  – количество остатков в строчке, 2- количество симметричных остатков остаткам чисел 1 и 3, в любой строчке. Это следует из того, что все строчки получены, по одному и тому же принципу, вытекаю-

щего из построения последовательностей (1). (То есть из Теоремы №1)

Составим Таблицу №4, из Таблицы №1 исключив все симметричные остатки остаткам чисел 1 и 3:

Таблица 1.

	1	2	3	4	5	...	$P$
2	1/2	2/2				...	
3	1/3	2/3	3/3			...	
5	1/5	2/5	3/5	4/5	5/5	...	
...	...	...	...	...	...	...	...
$P$	$1/P$	$2/P$	$3/P$	$4/P$	$5/P$	...	$P/P$

Таблица 4. Не симметричные остатки, остаткам чисел 1 и 3.

	1	2	3	4	5	...	$P$
2		2/2				...	
3	1/3					...	
5	1/5		3/5		5/5	...	
...	...	...	...	...	...	...	...
$P$	$1/P$	$2/P$	$3/P$	$4/P$	$5/P$	...	$P/P$

Количество не симметричных остатков в 1-ой строчке будет рассчитываться по формуле №2:

$$\mu = P - 1(1) \text{ — для первой строчке}$$

Где  $\mu$  – количество не симметричных остатков,  $P$  – количество остатков в

строчке. 1- не симметричный остаток остатку  $1/2$ .

Количество не симметричных остатков для остальных строчек будет рассчитываться по формуле №3:

$$\mu = P - 2(2) \text{ — для остальных строчек}$$

Где  $\mu$  – количество не симметричных остатков,  $P$  – количество остатков в строчке. 2- количество симметричных остатков остаткам чисел 1 и 3, в любой строчке.

Теперь необходимо доказать, что из Таблицы №4, можно получить бесконеч-

ное количество комбинаций, имеющих не симметричные остатки, с соответствующими остатками чисел 1 и 3. И каждой такой комбинации соответствует какое-либо чётное число.

Доказательство:

Рассмотрим Таблицу №4:

Таблица 4. Не симметричные остатки, остаткам чисел 1 и 3.

	1	2	3	4	5	.....	$P$
2		2/2				.....	
3	1/3					.....	
5	1/5		3/5		5/5	.....	
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
$P$	1/ $P$	2/ $P$	3/ $P$	4/ $P$	5/ $P$	.....	$P/P$

Так как множество комбинаций остатков полученных из Таблицы №1, будет включать в себя, всё множество комбинаций полученных из Таблицы №4, так как соответствующая строчка Таблицы №1 включает в себя все остатки соответствующей строчки Таблицы №4, то из Теоремы №3, будет следовать, что каждой такой комбинации остатков, полученных по правилам Теоремы №3, из Таблицы №4, будет

соответствовать некое целое число на промежутке  $[1; +\infty)$ . Из доказанного выше также следует, что каждое такое целое число, будет чётным.

Тогда возьмём и перемножим последовательности в таблице №4, соответственно выражение (1) может состоять из сколько угодно множителей:

$$2 \times 3 \times 5 \times 7 \times, \dots, \times P = Q(2)$$

Тогда получим некое целое чётное число  $Q$  ( $Q$  – будет всегда четным, сколько множителей мы не взяли, так как в выра-

жение №1 всегда можно вынести 2-ку за скобку):

$$2 \times (3 \times 5 \times 7 \times, \dots, \times P)$$

Теперь представим данное число в виде Таблицы №5 последовательностей (1) (добавим в Таблицу №5 несколько дополни-

тельных последовательностей, для лучшей визуализации):

Таблица 5. Число  $Q$ -представленное в виде Таблицы.

														$Q$
2													1/2	0
3												1/3	2/3	0
5										1/5	2/5	3/5	4/5	0
7								1/7	2/7	3/7	4/7	5/7	6/7	0
11				1/11	2/11	3/11	4/11	5/11	6/11	7/11	8/11	9/11	10/11	0
13		1/13	2/13	3/13	4/13	5/13	6/13	7/13	8/13	9/13	10/13	11/13	12/13	0
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	
$P$	1/ $P$	2/ $P$	3/ $P$	4/ $P$	5/ $P$	6/ $P$	.....	( $P$ - 6)/ $P$	( $P$ - 5)/ $P$	( $P$ - 4)/ $P$	( $P$ - 3)/ $P$	( $P$ - 2)/ $P$	( $P$ - 1)/ $P$	0

Данное расположение последовательностей (1) в числе  $Q$  будет обусловлено тем, что данное число делиться на любой множитель из множителей: 2,3,5,7, ...,  $P$ .

Теперь добавим к первой последовательности (1), дополнительные периоды. (для лучшей визуализации) получим Таблицу №6:

Таблица 6. Число  $Q$ -представленное в виде Таблицы, с добавленными периодами, для лучшей визуализации

														$Q$
2											1/2	0	1/2	0
3												1/3	2/3	0
5										1/5	2/5	3/5	4/5	0
7								1/7	2/7	3/7	4/7	5/7	6/7	0
11				1/11	2/11	3/11	4/11	5/11	6/11	7/11	8/11	9/11	10/11	0
13		1/13	2/13	3/13	4/13	5/13	6/13	7/13	8/13	9/13	10/13	11/13	12/13	0
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	
$P$	1/ $P$	2/ $P$	3/ $P$	4/ $P$	5/ $P$	6/ $P$	.....	( $P$ - 6) / $P$	( $P$ - 5) / $P$	( $P$ - 4) / $P$	( $P$ - 3) / $P$	( $P$ - 2) / $P$	( $P$ - 1) / $P$	0

Теперь в Таблице №6, уберём симметричные остатки остаткам чисел 1 и 3 Таблица №7:

Таблица 7. Число,  $Q$ -представленное в виде Таблицы, в котором в каждой последовательности (1), вычеркнули симметричные остатки, остаткам чисел 1 и 3

														$Q$
2											-	0	-	0
3												1/3	-	-
5										1/5	-	3/5	-	0
7								1/7	2/7	3/7	-	5/7	-	0
11				1/11	2/11	3/11	4/11	5/11	6/11	7/11	-	9/11	-	0
13		1/13	2/13	3/13	4/13	5/13	6/13	7/13	8/13	9/13	-	11/13	-	0
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	
$P$	1/ $P$	2/ $P$	3/ $P$	4/ $P$	5/ $P$	6/ $P$	.....	( $P$ - 6) / $P$	( $P$ - 5) / $P$	( $P$ - 4) / $P$	-	( $P$ - 2) / $P$	-	0

Теперь вычтем из целого чётного числа  $Q$ , число 2 и получим чётное число  $Q - 2$ . Данное число будет также чётным, так как  $Q$  - чётное.



Таблица 8. Число, Q-2-представленное в виде Таблицы

												Q-2		Q
2												-	0	- 0
3													1/3	- -
5											1/5	-	3/5	- 0
7								1/7	2/7	3/7		-	5/7	- 0
11				1/11	2/11	3/11	4/11	5/11	6/11	7/11		-	9/11	- 0
13		1/13	2/13	3/13	4/13	5/13	6/13	7/13	8/13	9/13		-	11/13	- 0
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
P	1/P	2/P	3/P	4/P	5/P	6/P	.....	(P - 6)/P	(P - 5)/P	(P - 4)/P		-	(P - 2)/P	- 0

Число Q - 2 есть число F удовлетворяющие условию(1), так как все симметричные остатки остаткам чисел 1и 3 в последовательностях(1), будут отстоять от значения 0-то есть нулевого остатка в последовательностях(1), на 1-цу и 3-ку.

Число Q - 2 удовлетворяющие условию (1), существует пока существует число Q данное же число существует пока существуют простые числа. Это следует из выражения (1), так как число Q получено путём постоянного перемножения всех простых чисел. А так как простых чисел бесконечно много, то существование числа Q, а вследствие числа Q - 2-будет вечным. А если существует бесконечное (вечное) число Q - 2 то существуют и бесконечные пары простых чисел P<sub>1</sub> и P<sub>2</sub> ΔP = 2. А это

$$2 \times 3 \times 5 \times 7 \times, \dots, \times P = Q(2)$$

Если действие умножение на каждый множитель обозначить за 1-ну секунду то данное число будет существовать вечно,

и есть эквивалент существование бесконечного количества пар простых близнецов.

Что и требовалось доказать.

То есть чтобы не существовало число Q - 2 необходимо чтобы не существовало число Q, а это не возможно, так как число Q получено путём перемножения всех простых чисел, тогда чтобы его не существовало необходимо не существование простых чисел, или чтобы их было конечное количество, но их существует бесконечное количество, а это значит что число Q существует а значит и существует число Q - 2.

То есть если рассмотреть выражение (2):

так как простых чисел бесконечное количество.

													Q-2		Q
2													-	0	- 0
3														1/3	- -
5											1/5	-	3/5	- 0	
7								1/7	2/7	3/7		-	5/7	- 0	
11				1/11	2/11	3/11	4/11	5/11	6/11	7/11		-	9/11	- 0	
13		1/13	2/13	3/13	4/13	5/13	6/13	7/13	8/13	9/13		-	11/13	- 0	
.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....
P	1/P	2/P	3/P	4/P	5/P	6/P	.....	(P - 6)/P	(P - 5)/P	(P - 4)/P		-	(P - 2)/P	- 0	

Таблица №7

Рис. 5.

В таблице №7 будет такая ситуация она существует, пока существует умножение на новые простые числа, а их бесконечно.

$$2 \times 3 \times 5 \times 7 \times \dots \times P \times P_1 \times P_2 \times P_3 \times P_4 \times \dots \times P_r = Q$$

А если  $Q$  не существует, тогда значит, нет числа  $Q + 1$ , так как получить  $Q + 1$  без числа  $Q$  нельзя, но если это так тогда получается разрыв в натуральном ряду в целых числах. То есть это будет противоречить аксиоме индукции:

**Аксиома индукции.** *Если некоторое множество натуральных чисел содержит единицу и вместе с каждым натуральным числом, входящим в него, содержит следующее за ним, то оно содержит все натуральные числа.*

Рис. 6.

И натуральный ряд не содержит все натуральные числа, так как не содержит числа  $Q$ .  
Бухштаб стр. 16.

#### Библиографический список

1. Бухштаб А.А. Теория чисел. 1966. С. 7-48.
2. Иен Стюарт. Величайшие математические задачи 2015. С. 225-255.
3. Берман Г.Н. Циклоида. 1980.
4. Эрнст Трост Простые числа 1959. С. 103.

**THERE ARE AN INFINITE NUMBER OF PAIRS OF PRIME NUMBERS  $P_1, P_2,$   
 $\Delta P_{2-1} = 2$**

**P.V. Petrov, Student**  
**Khakass State University**  
**(Russia, Abakan)**

**Abstract.** *The article deals with one of the oldest mathematical problems, the existence of pairs of prime numbers of the form  $P_1, P_2, \Delta P_{2-1} = 2$ , this problem has a long history of finding solutions. One of these results is the result proved by Brun in 1919: "A series of quantities, the inverse of simple twins, breaks off or converge," also such a result is the achievement of Jan Iten, who in 2013 proved that: "that there are infinitely many pairs of consecutive primes with a difference of no more than 70 million." Further, this result was improved in 2014 by Pace Nielsen from Brigham Young University in Utah – 246. My solution is not a continuation of the work of Jan Iten, but is an alternative way to solve this problem. This solution will be described below and implies the solution of this problem in a broader sense, where the problem of simple twins is only a special case, more details about this will be described in another article, and in this one it will be a speech.*

**Keywords:** *Building sequences, Symmetric residues, Complete combinations of residuals, Epicycloids, Numbering of combinations.*