

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ИНТЕНСИВНОСТИ НАПРЯЖЕНИЙ ПЕРВОГО ТИПА ДЛЯ ДВУХ КОЛЛИНЕАРНЫХ НЕОДНОРОДНЫХ ТРЕЩИН МЕТОДОМ ГРАНИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

И.И. Ануфриев, аспирант

Оренбургский государственный университет
(Россия, г. Оренбург)

DOI:10.24412/2500-1000-2023-1-1-44-48

Аннотация. В статье рассматривается напряженно-деформированное состояние двух линейных коллинеарных неоднородных трещин. В рамках данной работы производится разработка математической модели описания процесса совместного раскрытия рассматриваемых трещин. Предложен алгоритм расчета, позволяющий определить численную характеристику напряженно-деформированного состояния методом граничных элементов – коэффициент интенсивности напряжений. Приведены результаты, отражающие работоспособность полученной математической модели и позволяющие проводить дальнейшие исследования в области механики разрушения.

Ключевые слова: метод граничных элементов, коэффициент интенсивности напряжений первого типа, разрыв смещения.

Отсутствие математических моделей, описывающих рассматриваемый процесс численными методами, а также предоставление возможности для использования полученных результатов в области механики разрушения, обуславливают актуальность данной статьи.

Цель исследования

Целью данной статьи является разработка алгоритма численного расчета коэффициента интенсивности напряжений (далее КИН) первого типа для двух коллинеарных трещин, обладающих отличиями в механических свойствах, с помощью метода граничных элементов.

Постановка задачи

В статье рассматривается случай совместного раскрытия двух коллинеарных

трещин равной длины L , расположенных на расстоянии b друг от друга (рис. 1). Особенностью рассматриваемого случая является наличие материала-заполнителя в полости второй трещины, характеризуемого некоторым значением модуля Юнга E^* , отличного по значению от модуля окружающей сплошной среды E . Под действием внутреннего давления $p_{вн}$ в левой трещине, деформированное состояние среды, описываемое непрерывными аналитическими функциями, претерпевает разрывы в окрестностях рассматриваемых трещин. Смещение противоположных берегов трещины относительно друг друга представляет собой разрыв смещений в данной точке при определении деформированного состояния среды.

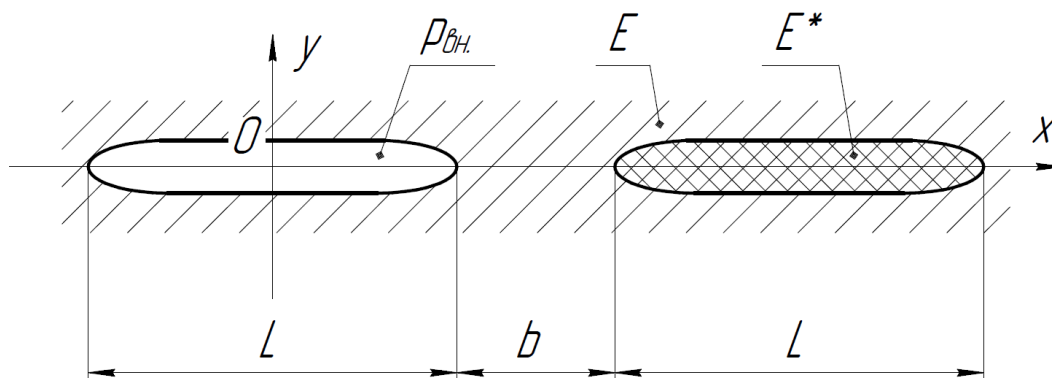


Рис. 1. Расчетная схема

В рамках данной статьи рассматриваются серия численных экспериментов, направленных на анализ напряженно-деформированного состояния трещин, которая производится исходя из следующих принятых исходных данных:

- 1) Длина трещины $L=5 \cdot 10^{-3}$ м;
- 2) Число граничных элементов на одной трещине $N=100$ шт.;

- 3) Коэффициент Пуассона $\nu=0,25$;
- 4) Внутреннее давление $p_{вн}=100 \cdot 10^6$ Па.
- 5) Ширина промежутка между трещинами $b=1 \cdot 10^{-3}$ м;
- 6) Модуль Юнга основного материала $E=3 \cdot 10^{10}$ Па;
- 7) Модуль Юнга материала-заполнителя второй трещины

$$E^* = \begin{pmatrix} 0 \\ 0,25 \\ 0,50 \\ 0,75 \\ 1,00 \end{pmatrix} E = \begin{pmatrix} 0 \\ 0,75 \\ 1,50 \\ 2,25 \\ 3,00 \end{pmatrix} \cdot 10^{10} \text{ Па}$$

- 8) Толщина слоя материала заполнителя $h_{зан.} = 10^{-3}$ м

Методика расчета

В рамках данной статьи рассматривается численный метод расчета – метод граничных элементов. Подробное описание методики численного расчета разрывов смещений приведено в [1].

Расчет разрывов смещений

Определение разрывов смещений в трещинах по принятой расчетной схеме (см. рис. 1) производится аналогично методике рассмотренной в [2].

Результаты расчета приведены на графике 1. Из соображений симметрии расчетной схемы на графике приведены половины величин раскрытия трещин.

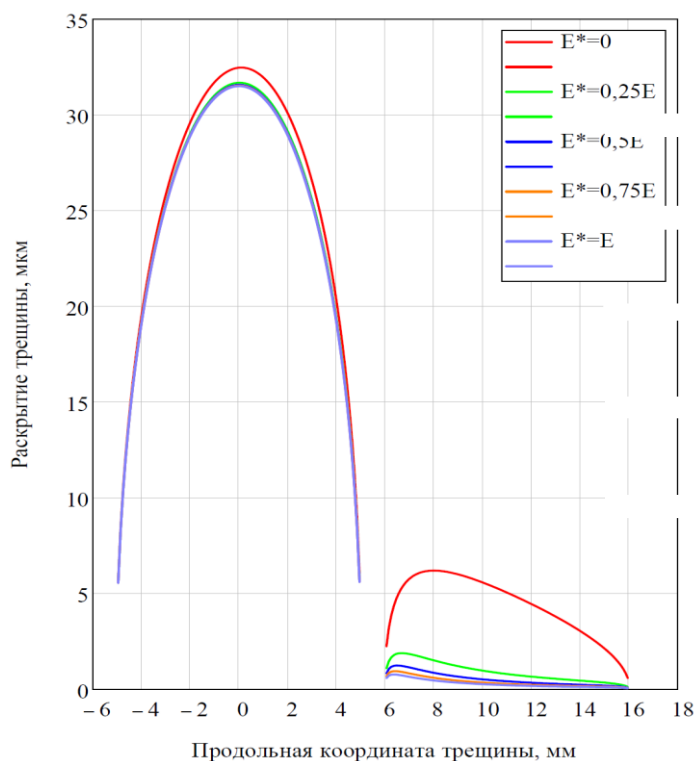


Рис. 2. Раскрытие трещин

Анализируя полученные значения можно прийти к выводу о том, что по мере уменьшения величины модуля Юнга материала-заполнителя (E^*) величина раскрытия второй трещины возрастает.

Определение коэффициента интенсивности напряжений

В рамках данной статьи КИН первого типа для системы из двух равнонагруженных трещин определялся на основе полученных значений разрывов смещений

$$K_I = -\sqrt{\frac{\pi}{32}} \frac{E}{(1-\nu^2)} \lim_{x \rightarrow l} \frac{D_n}{\sqrt{l-x}}, \quad (2)$$

где l – половина длины трещины, м;

x – продольная координата с началом отсчета в центре трещины, м.

Для получения сравнительных характеристик с известными аналитическими моделями необходимо представить полученные значения разрывов смещений в аналитическом виде

$$D_n \left(x, \frac{E^*}{E} \right) = V(x) f \left(\frac{E^*}{E} \right), \quad (3)$$

где $V(x)$ – вспомогательная функция, определяемая как

$$V(x) = -\frac{4(1-\nu^2)}{E} p_{\text{вн}} \sqrt{l^2 - x^2} \quad (4)$$

$f \left(\frac{E^*}{E} \right)$ – регрессионное уравнение, определяемое как

$$f \left(\frac{E^*}{E} \right) = a_0 + a_1 \frac{E^*}{E} + a_2 \left(\frac{E^*}{E} \right)^2 + a_3 \left(\frac{E^*}{E} \right)^3 + a_4 \left(\frac{E^*}{E} \right)^4, \quad (5)$$

где a_0, a_1, a_2, a_3, a_4 – неизвестные коэффициенты регрессии.

Используя метод наименьших квадратов (МНК) и полученные значения разры-

вов смещений были получены значения коэффициентов регрессии, соответствующие выражению (5). Результаты приведены в таблице 3.

Таблица 3. Коэффициенты регрессии

| Коэффициент регрессии | Значение, 10^{-5} |
|-----------------------|---------------------|
| a_0 | 1,21 |
| a_1 | -0,55 |
| a_2 | 1,34 |
| a_3 | -1,44 |
| a_4 | 0,56 |

Т.о., преобразовывая (2) подстановкой (3-5) можно получить выражение для коэффициента интенсивности напряжений в

зависимости от степени неоднородности трещин (отношение $\frac{E^*}{E}$) расчетной схемы

$$K_I = p_{\text{вн}} \sqrt{\frac{\pi L}{2}} \left(a_0 + a_1 \frac{E^*}{E} + a_2 \left(\frac{E^*}{E} \right)^2 + a_3 \left(\frac{E^*}{E} \right)^3 + a_4 \left(\frac{E^*}{E} \right)^4 \right) \quad (6)$$

Анализ полученных результатов

Результаты, полученные с использованием определенной регрессионной кривой

приведены на графике 2.

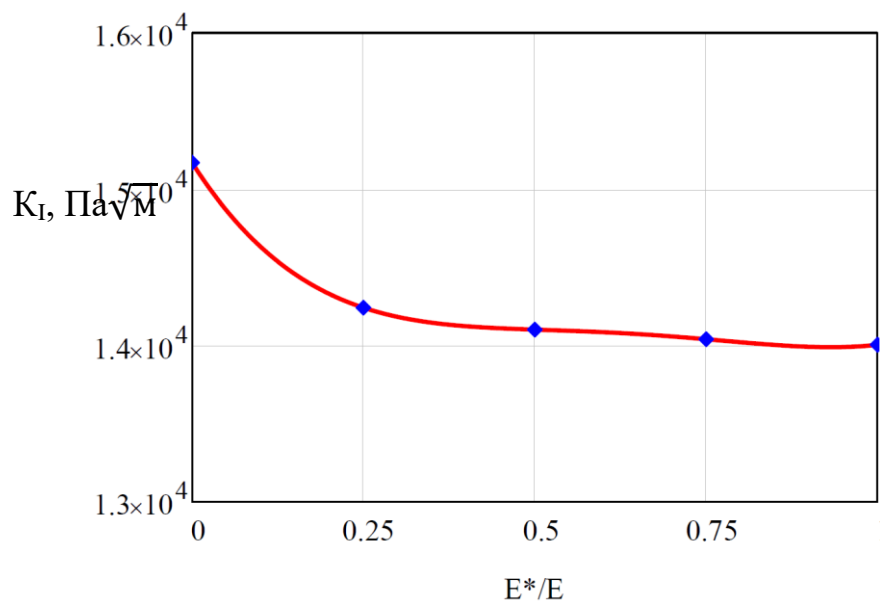


Рис. 3. Зависимость КИН от степени неоднородности трещин

Исходя из полученных результатов можно сделать вывод о том, что по мере упрочнения материала-заполнителя по сравнению с окружающей средой значение КИН уменьшается, что свидетельствует о меньшей величине раскрытия трещин.

Выводы

1. В настоящей статье разработана численная математическая модель (6) описывающая раскрытие двух коллинеарных не-

однородных трещин, одна из которых нагружена внутренним давлением.

2. Для конкретных исходных данных представлены значения разрывов смещений (см. график 1).

3. В результате расчета, основанного на методике, представленной в работе [2] получены результаты, обладающие научной новизной ввиду отсутствия сравнительных аналогов аналитического и численного характера.

Библиографический список

1. Крауч С., Старфилд А. Методы граничных элементов в механике твердого тела: пер. с англ. б.м. – М.: Мир, 1987. – 328 с.

2. Ануфриев И.И. Определение коэффициента интенсивности напряжений первого типа для двух коллинеарных трещин методом граничных элементов // Международный журнал гуманитарных и естественных наук. – 2022. – №10-2.

**DETERMINATION OF THE STRESS-INTENSITY FACTOR OF THE FIRST TYPE
FOR TWO COLLINEAR INHOMOGENEOUS CRACKS BY THE BOUNDARY
ELEMENT METHOD**

I.I. Anufriev, *Postgraduate Student*
Orenburg State University
(Russia, Orenburg)

Abstract. *The article considers the stress-strain state of two linear collinear inhomogeneous cracks. Within the framework of this work, a mathematical model is being developed to describe the process of joint opening of the considered cracks. A calculation algorithm is proposed that makes it possible to determine the numerical characteristic of the stress-strain state by the method of boundary elements - the stress intensity factor. Results are presented that reflect the performance of the obtained mathematical model and allow further research in the field of fracture mechanics.*

Keywords: *boundary element method, stress intensity factor of the first type, displacement discontinuity.*