

ПОДХОД К ОЦЕНКЕ УСРЕДНЕННОЙ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ СЕТИ МНОГОКАНАЛЬНОЙ РАДИОСВЯЗИ В УСЛОВИЯХ ВОЗДЕЙСТВИЯ ДЕСТРУКТИВНЫХ ФАКТОРОВ

В.К. Снежко, канд. техн. наук, доцент

С.А. Якушенко, канд. техн. наук, доцент, ст. науч. сотр. НИЦ

А.Н. Забело, канд. воен. наук, доцент

В.Е. Егрушев, канд. техн. наук, доцент

С.С. Веркин, канд. техн. наук, преподаватель

В.В. Антонов, преподаватель

Военная академия связи им. Маршала Советского Союза С.М. Буденного (Россия, г. Санкт-Петербург)

DOI:10.24412/2500-1000-2022-9-1-69-76

Аннотация. Изложено определение усредненной функциональной устойчивости сети многоканальной радиосвязи на основе отношения ее реальной пропускной способности к требуемой. Обоснован подход к оценке усредненной функциональной устойчивости сети в условиях воздействия деструктивных факторов. Представлен пример расчета на основе заданных интенсивностей вероятности перехода между состояниями сети с учетом изменения степени ее функциональных возможностей.

Ключевые слова: сеть многоканальной радиосвязи, функциональная устойчивость, деструктивные факторы, пропускная способность, событие пребывания сети.

Актуальность задачи исследования

В условиях воздействия деструктивных факторов (ДСФ) ухудшается функциональная возможность сети многоканальной радиосвязи (МКРС) по передаче информации, определяющаяся функциональной устойчивостью. Под функциональной устойчивостью будем понимать способность сети выполнять свои функции по передаче информации в условиях воздействия ДСФ [1, с. 10].

Зависимость функциональной устойчивости от времени в условиях воздействия ДСФ имеет случайную характеристику за счет их стохастического характера и содержит шумовые компоненты (погрешность оценки устойчивости). Поэтому при рассмотрении функциональной устойчивости сети одной из важных задач является выявление аномалий (особенностей изме-

нения функциональной устойчивости) и своевременное реагирование на их изменение. Такая задача наиболее широко использует традиционные методы статистического анализа случайных величин на основе теории вероятностей, временный анализ по Шеннону (*time domain*), частотный анализ по Фурье (*Frequency Domain*) и кратковременный (оконный) быстрое преобразование Фурье [2, с. 24].

Постановка задачи

Функциональная устойчивость определяется как способность сети обеспечивать передачу требуемого объема информации с заданным качеством. Охарактеризуем ее текущее значение через степень соответствия этому требованию и выразим ее через коэффициент отношения реальной пропускной способности к требуемой:

$$K_{ф.у} = \frac{C_{реальная}}{C_{заданная}}, \quad (1)$$

где $K_{ф.у}$ – коэффициент функциональной устойчивости сети; $C_{реальная}$ – реальная пропускная способность сети; $C_{заданная}$ –

заданная (техническая) пропускная способность сети.

В соответствии с изменением степени функциональных возможностей сети совокупность ее состояний включает в себя [3, с. 35]:

S_1 – работоспособное, выполнение задач без ограничений (сеть устойчива);

S_2 – работоспособное, выполнение задач с ограничениями (сеть ограничено устойчива);

S_3 – неработоспособное, возможно восстановление работоспособности (сеть не устойчива);

S_4 – неработоспособное, восстановление сети нецелесообразно (сеть не устойчива).

Под влиянием воздействия ДСФ происходит переход сети из одного состояния в

другое состояние, соответствующее различным значениям функциональной устойчивости. Для их оценки необходимо определить вероятность пребывания в различных состояниях $p_i(t), i = \overline{1, 4}$.

В условиях неопределенности стратегии воздействия ДСФ проблема оценки функционирования сети МКРС сводится к задаче определения усредненной функциональной устойчивости в различных возможных состояниях сети МКРС, которая наиболее приближена к истинному значению. При этом усредненная функциональная устойчивость сети может определяться суммой произведений вероятности пребывания на коэффициенты функциональной устойчивости в различных состояниях:

$$\overline{K_{\text{ф.у}}} = \sum_{i=1}^4 p(S_i) \cdot K_{\text{ф.у}}^{(i)}, \quad (2)$$

где $\overline{K_{\text{ф.у}}}$ – усредненная функциональная устойчивость; $K_{\text{ф.у}}^{(i)}$ – коэффициент функциональной устойчивости i -го состояния.

С учетом погрешностей прогноза значения функциональной устойчивости предложена математическая модель ее временного ряда как случайной функции:

$$s(t) = \overline{K_{\text{ф.у}}}(t) + \xi(t), \quad (3)$$

Таким образом, в условиях воздействия ДСФ функциональная устойчивость сети будет изменяться. При этом осуществляется управляющее воздействие на сеть МКРС, направленное на повышение функциональной устойчивости путем применения защитного ресурса. Данные функциональной устойчивости представляют собой временной ряд, получаемый в результате оценки различных состояний сети.

Методика оценки усредненной функциональной устойчивости

Целью задачи исследования является определение усредненной функциональной устойчивости.

Согласно формуле (2) задача определения усредненной функциональной устойчивости сводится к нахождению вероятностей пребывания в различных состояниях

при заданном значении функциональной устойчивости всех возможных состояний сети.

В условиях воздействия ДСФ на заданном промежутке времени сеть может находиться в любом состоянии из множества состояний $S = \{S_i\}$ при $i = 1, 2, 3, 4$, с соответствующей им вероятностью пребывания $p_i(t)$. Смены состояний сети можно описать непрерывной цепью Маркова, представленной на рисунке 1.

За счет применения защитного ресурса осуществляется переход сети из одного состояния в другое состояние, которое имеет наибольшее значение функциональной устойчивости. Качество перехода характеризуется интенсивностью вероятности перехода состояния λ_{ij} , в следствие

воздействия ДСФ и восстановления устойчивости, под воздействием которых про-

исходит переход системы из состояния S_i в состояние S_j .

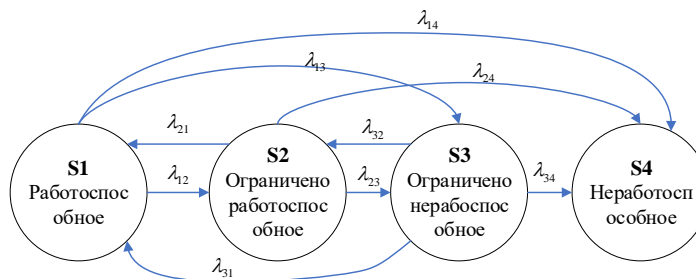


Рис. 1. Граф состояний сети МКРС

Плотность вероятности перехода определяется как предел отношения вероятности перехода из состояния в состояние за малый промежуток времени Δt [4, с. 27; 5, с. 64]:

$$\lambda_{ij} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P_{ij}(\Delta t)}{\Delta t},$$

где $P_{ij}(\Delta t)$ – вероятность того, что система, находившаяся в момент t в состоянии S_i , за время Δt перейдет из него в состояние S_j .

Следует, что при малом Δt вероятность перехода $P_{ij}(\Delta t)$ (с точностью до бесконечно малых высших порядков) равна $\lambda_{ij} \cdot \Delta t$: $P_{ij}(\Delta t) \approx \lambda_{ij} \Delta t$.

В большинстве работ [6-9] плотность вероятности перехода приблизительно определяется обратным времени перехода между состояниями. При этом плотность вероятности перехода зависит от многих факторов, которые могут включать в себя: степень воздействия ДСФ, эффективности управления сетью с целью повышения устойчивости, количество защитного ресурса и так далее.

Оценку вероятностей пребывания в состоянии будем осуществлять на основе системы дифференциальных уравнений Колмогорова [10, с. 82]. Выразим состояния сети через совокупность событий:

Событие пребывания сети в момент времени t в состоянии S_1 может произойти следующими способами:

1.1. В момент t система уже была в состоянии S_1 , а за время Δt не вышла из этого состояния.

1.2. В момент t система была в состоянии S_2 , а за время Δt перешла из него в S_1 .

1.3. В момент t система была в состоянии S_3 , а за время Δt перешла из него в S_1 .

Вероятность (1.1.) найдем как произведение вероятности $p_1(t)$ на условную вероятность того, что система за время Δt не перейдет из S_1 ни в S_2 , ни в S_3 и ни в S_4 . Так как события, находящиеся в переходе за время Δt из S_1 в S_2 , из S_1 в S_3 и из S_1 в S_4 , несовместны, то вероятность того, что осуществится один из этих переходов, равна сумме их вероятностей, т.е. $\lambda_{12}\Delta t + \lambda_{13}\Delta t + \lambda_{14}\Delta t$ (с точностью до бесконечно малых высших порядков).

Вероятность того, что не осуществится ни один из этих переходов, равна:

$$1 - (\lambda_{12}\Delta t + \lambda_{13}\Delta t + \lambda_{14}\Delta t) = 1 - (\lambda_{12} + \lambda_{13} + \lambda_{14})\Delta t$$

Отсюда вероятность (события 1.1.):

$$p_1(t)[1 - (\lambda_{12}\Delta t + \lambda_{13}\Delta t + \lambda_{14}\Delta t)] = p_1(t)[1 - (\lambda_{12} + \lambda_{13} + \lambda_{14})\Delta t]$$

Вероятность (1.2.) найдем как произведение вероятности $p_2(t)$ на условную вероятность того, что система за время перейдет из S_2 в S_1 :

$$p_2(t)\lambda_{21}\Delta t$$

Вероятность (1.3.) найдем как произведение вероятности $p_3(t)$ на условную вероятность того, что, система за время Δt перейдет из S_3 в S_1 :

$$p_3(t)\lambda_{31}\Delta t$$

Применяя правило сложения вероятностей, получим:

$$\begin{aligned} p_1(t + \Delta t) &= p_1(t)[1 - (\lambda_{12} + \lambda_{13} + \lambda_{14})\Delta t] + p_2(t)\lambda_{21}\Delta t + p_3(t)\lambda_{31}\Delta t \\ \frac{p_1(t + \Delta t) - p_1(t)}{\Delta t} &= -p_1(t)(\lambda_{12} + \lambda_{13} + \lambda_{14}) + p_2(t)\lambda_{21} + p_3(t)\lambda_{31} \\ \frac{d}{dt} p_1(t) &= -p_1(t)(\lambda_{12} + \lambda_{13} + \lambda_{14}) + p_2(t)\lambda_{21} + p_3(t)\lambda_{31} \end{aligned}$$

Событие пребывания сети в момент времени t в состоянии S_2 может произойти следующими способами:

2.1. В момент t система уже была в состоянии S_2 , а за время Δt не вышла из этого состояния.

2.2. В момент t система была в состоянии S_1 , а за время Δt перешла из него в S_2 .

2.3. В момент t система была в состоянии S_3 , а за время Δt перешла из него в S_2 .

Аналогично в п.1.1. получаем дифференциальное уравнение:

$$\frac{d}{dt} p_2(t) = -p_2(t)(\lambda_{21} + \lambda_{23} + \lambda_{24}) + p_1(t)\lambda_{12} + p_3(t)\lambda_{32}$$

Событие пребывания сети в момент времени t в состоянии S_3 может произойти следующими способами:

3.1. В момент t система уже была в состоянии S_3 , а за время Δt не вышла из этого состояния.

3.2. В момент t система была в состоянии S_1 , а за время Δt перешла из него в S_3 .

3.3. В момент t система была в состоянии S_2 , а за время Δt перешла из него в S_3 .

Аналогично в п.1.1. получаем дифференциальное уравнение:

$$\frac{d}{dt} p_3(t) = -p_3(t)(\lambda_{31} + \lambda_{32} + \lambda_{34}) + p_1(t)\lambda_{13} + p_2(t)\lambda_{23}$$

Событие пребывания сети в момент времени t в состоянии S_4 может произойти следующими способами:

4.1. В момент t система была в состоянии S_1 , а за время Δt перешла из него в S_4 .

4.2. В момент t система была в состоянии S_2 , а за время Δt перешла из него в S_4 .

4.3. В момент t система была в состоянии S_3 , а за время Δt перешла из него в S_4 .

Аналогично в п.1.1. получаем дифференциальное уравнение:

$$\frac{d}{dt} p_4(t) = p_1(t)\lambda_{14} + p_2(t)\lambda_{24} + p_3(t)\lambda_{34}$$

Математическая модель динамики изменения состояния сети МКРС в условиях ДСФ определяется системой дифференциальных уравнений Колмогорова:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} p_1(t) = -p_1(t)(\lambda_{12} + \lambda_{13} + \lambda_{14}) + p_2(t)\lambda_{21} + p_3(t)\lambda_{31} \\ \frac{d}{dt} p_2(t) = -p_2(t)(\lambda_{21} + \lambda_{23} + \lambda_{24}) + p_1(t)\lambda_{12} + p_3(t)\lambda_{32} \\ \frac{d}{dt} p_3(t) = -p_3(t)(\lambda_{31} + \lambda_{32} + \lambda_{34}) + p_1(t)\lambda_{13} + p_2(t)\lambda_{23} \\ \frac{d}{dt} p_4(t) = p_1(t)\lambda_{14} + p_2(t)\lambda_{24} + p_3(t)\lambda_{34} \end{array} \right., \quad (4)$$

Система уравнений (4) может решаться с помощью метода преобразования Лапласа, который позволяет преобразовать систему обыкновенных дифференциальных уравнений в систему линейных алгебраических уравнений. При этом с помощью метода преобразования Лапласа вместо вероятностей $p_i(t)$ необходимо поставить их изображения $\mathcal{F}_i(z)$, а

вместо производных $p_i'(t) = \frac{d}{dt} p_i(t)$ – выражения $(z\mathcal{F}_i(z) - p_i(0))$. Тогда система дифференциальных уравнений (4) в преобразовании Лапласа записывается в виде системы алгебраических уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} z\mathcal{F}_1(z) - p_1(0) = -\mathcal{F}_1(z)(\lambda_{12} + \lambda_{13} + \lambda_{14}) + \mathcal{F}_2(z)\lambda_{21} + \mathcal{F}_3(z)\lambda_{31} \\ z\mathcal{F}_2(z) - p_2(0) = \mathcal{F}_1(z)\lambda_{12} - \mathcal{F}_2(z)(\lambda_{21} + \lambda_{23} + \lambda_{24}) + \mathcal{F}_3(z)\lambda_{32} \\ z\mathcal{F}_3(z) - p_3(0) = \mathcal{F}_1(z)\lambda_{13} + \mathcal{F}_2(z)\lambda_{23} - \mathcal{F}_3(z)(\lambda_{31} + \lambda_{32} + \lambda_{34}) \\ z\mathcal{F}_4(z) - p_4(0) = \mathcal{F}_1(z)\lambda_{14} + \mathcal{F}_2(z)\lambda_{24} + \mathcal{F}_3(z)\lambda_{34} \end{array} \right., \quad (5)$$

Вероятности $p_i(0)$ определяются начальными условиями. В результате решения системы алгебраических уравнений (5) определяются $\mathcal{F}_i(z)$. Оригиналы $p_i(t)$ находятся с помощью обратного преобразования Лапласа.

Пример расчета усредненной функциональной устойчивости

В качестве примера зададим значения интенсивностей вероятности перехода между состояниями:

$$\begin{aligned}\lambda_{12} &= 0.01, \lambda_{23} = 0.01, \lambda_{34} = 0.01, \\ \lambda_{13} &= 0.02, \lambda_{24} = 0.02, \lambda_{14} = 0.02, \\ \lambda_{21} &= 0.1, \lambda_{32} = 0.1, \lambda_{14} = 0.1.\end{aligned}$$

Полученные результаты на основе метода преобразования Лапласа представляют собой вероятности пребывания в различных состояниях от времени:

$$\begin{aligned}p_1(t) &= 0.247e^{-0.151t} - 0.009e^{-0.22t} + 0.761e^{-0.019t}; \\ p_2(t) &= 0.133e^{-0.219t} - 0.277e^{-0.151t} + 0.144e^{-0.019t}; \\ p_3(t) &= 0.036e^{-0.151t} - 0.123e^{-0.219t} + 0.088e^{-0.019t}; \\ p_4(t) &= 0.003e^{-0.151t} - 0.005e^{-0.219t} - e^{-0.019t} + 1.\end{aligned}$$

На рисунке 2 представлена зависимость изменения вероятности пребывания в различных состояниях сети МКРС.

С учетом формулы (2) усредненная функциональная устойчивость определяется:

$$\begin{aligned}\overline{K_{\phi,y}} &= \sum_{i=1}^4 p(S_i) \cdot K_{\phi,y}^{(i)} \\ &= (0.247e^{-0.151t} - 0.009e^{-0.219t} + 0.761e^{-0.019t}) K_{\phi,y}^{(1)} + \\ &+ (0.133e^{-0.219t} - 0.277e^{-0.151t} + 0.144e^{-0.019t}) K_{\phi,y}^{(2)} + \\ &+ (0.036e^{-0.151t} - 0.123e^{-0.219t} + 0.088e^{-0.019t}) K_{\phi,y}^{(3)} + \\ &+ (0.003e^{-0.151t} - 0.005e^{-0.219t} - e^{-0.019t} + 1) K_{\phi,y}^{(4)} \\ \overline{K_{\phi,y}} &= (0.247K_{\phi,y}^{(1)} - 0.277K_{\phi,y}^{(2)} + 0.036K_{\phi,y}^{(3)} + 0.003K_{\phi,y}^{(4)}) e^{-0.151t} + \\ &+ e^{-0.219t} (-0.009K_{\phi,y}^{(1)} + 0.133K_{\phi,y}^{(2)} - 0.123K_{\phi,y}^{(3)} - 0.005K_{\phi,y}^{(4)}) +, \quad (6) \\ &+ e^{-0.019t} (0.761K_{\phi,y}^{(1)} + 0.144K_{\phi,y}^{(2)} + 0.088K_{\phi,y}^{(3)} - K_{\phi,y}^{(4)}) + K_{\phi,y}^{(4)}.\end{aligned}$$

В качестве примера зададим значения функциональной устойчивости в различных состояниях сети:

$$K_{\phi,y}^{(1)} = 0.9; K_{\phi,y}^{(2)} = 0.6; K_{\phi,y}^{(3)} = 0.3; K_{\phi,y}^{(4)} = 0.1.$$

В соответствии с формулой (6) получим возможное значение усредненной функциональной устойчивости:

$$\overline{K_{\phi,y}} = 0.0672e^{-0.151t} + 0.0343e^{-0.219t} + 0.6977e^{-0.019t} + 0.1, \quad (7)$$

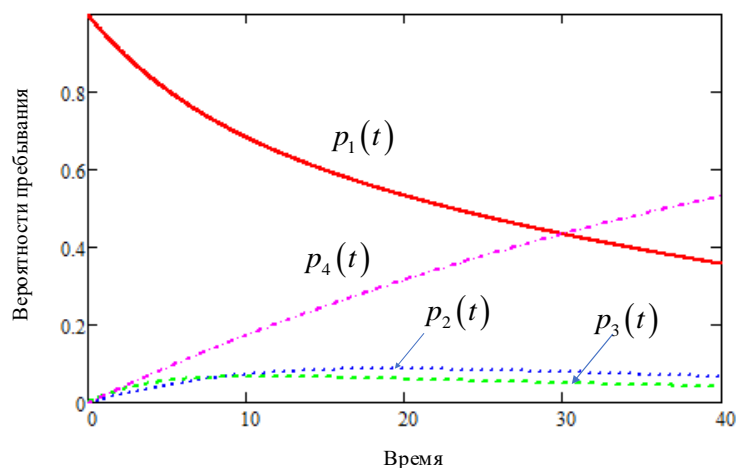


Рис. 2. Зависимость вероятности пребывания в различных состояниях от времени

С учетом (3) получим динамическое значение усредненной устойчивости от времени наблюдения (анализа состояния сети):

$$s(t) = 0.0672e^{-0.151t} + 0.0343e^{-0.219t} + 0.6977e^{-0.019t} + 0.1 + \xi(t), \quad (8)$$

Динамика изменения вероятности пребывания в различных состояниях определяется системой уравнений (4), решение которой позволяет находить зависимость значения устойчивости пребывания различных состояний от времени

$p_i(t), i = \overline{1, 4}$. С учетом (2) и (3) значение усредненной функциональной устойчивости представлены в формуле (8) с шумовым компонентом $\xi(t)$.

Библиографический список

1. ГОСТ Р 53111-2008. Устойчивость функционирования сети связи общего пользования. Требования и методы проверки. – М.: Стандартинформ, 2009. – 16 с.
2. Дьяконов В.П., Вейвлет. От теории к практике. – М.: СОЛОН-Р, 2002. – 448 с.
3. Забело А.Н., Нгуен Х.Б. Предложение по исследованию динамики изменения состояния сети многоканальной радиосвязи в условиях воздействия деструктивных факторов. – СПб.: ВАС, 2019. – 183 с.
4. Дворников С.В., Якушенко С.А., Забело А.Н., Нгуен Х.Б. Оценка устойчивости сети многоканальной радиосвязи в условиях воздействия деструктивных факторов // Вопросы радиоэлектроники. Серия Техника телевидения. – 2019. – № 4. – С. 53-58.
5. Пирогов Ю. А. Методология исследования систем и сетей военной связи: Учеб. пособие. – СПб.: ВАС, 2016. – 164 с.
6. Вентцель Е.С. Исследование операций. – М.: «Советское радио», 1972. – 552 с.
7. Вентцель Е. С., Овчаров Л. А. Прикладные задачи теории вероятностей. – М.: Радио и связь, 1983. – 416 с.
8. Базовский И. Надежность. Теория и практика. – М.: Мир, 1965. – 373 с.
9. Барзилович Е.Ю. и др. Вопросы математической теории надежности / Под ред. Б.В. Гнеденко. – М.: Радио и связь, 1983. – 376 с.
10. Якушенко С.А., Дворников С.В., Крячко А.Ф., Попов Е.А., Забело А.Н. Методика оценки устойчивости сети многоканальной радиосвязи на основе решение задачи Коши для системы матричных уравнений Колмогорова, описывающих ее состояние Радиотехника. – 2020. – Т. 84. № 12 (24). – С. 112-120.

**APPROACH TO ASSESSING THE AVERAGED FUNCTIONAL STABILITY OF A
MULTICHANNEL RADIO COMMUNICATION NETWORK UNDER THE IMPACT
OF DESTRUCTIVE FACTORS**

V.C. Snezhko, *Candidate of Technical Sciences, Associate Professor*

S.A. Yakushenko, *Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Senior Researcher
NRC*

A.N. Zabelo, *Candidate of Military Sciences, Associate Professor*

V.E. Egrushev, *Candidate of Technical Sciences, Associate Professor*

S.S. Verkin, *Candidate of Technical Sciences, Lecturer*

V.V. Antonov, *Lecturer*

**Military Academy of Communications. Marshal of the Soviet Union S.M. Budyonny
(Russia, St. Petersburg)**

***Abstract.** The definition of the average functional stability of a multichannel radio network based on the ratio of its real throughput to the required one is presented. An approach to assessing the average functional stability of a network under the influence of destructive factors is substantiated. An example of calculation based on the given intensities of the probability of transition between the states of the network is presented, taking into account the change in the degree of its functionality.*

***Keywords:** multichannel radio communication network, functional stability, destructive factors, capacity, network stay event.*