

## ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ АЗИМУТАЛЬНОЙ СКОРОСТИ В КРУГЛОЙ ТРУБЕ ПРИ НАЛИЧИИ ПРИСТЕННЫХ СПИРАЛЬНЫХ ЗАВИХРИТЕЛЕЙ

А.С. Кондратьев, *д-р техн. наук*

К.Ф. Огородник, *студент*

П.П. Швыдько, *экстерн*

Московский государственный политехнический университет  
(Россия, г. Москва)

DOI: 10.24411/2500-1000-2020-11040

**Аннотация.** Рассматривается профиль азимутальных скоростей в циркуляционно-продольном течении в трубе с непрерывными завихрителями, расположенными на внутренней поверхности трубы. Проведен критический анализ известных выражений для профиля азимутальных скоростей, предложено полуэмпирическое выражение для профиля скорости обеспечивающим лучшим соответствие с опытными данными.

**Ключевые слова:** трубопровод, локальные поверхностные завихрители, осевая, азимутальная, радиальная, скорость.

Стационарное циркуляционно-продольное течение ньютоновской жидкости в трубе с непрерывными поверхностными завихрителями или вращения трубы является широко распространенным видом движения в различных установках, используемых в ядерной энергетике, химической, биологической и других отраслях промышленности. Гидродинамика, теплообмен и массообмен закрученных потоков в осесимметричных каналах, изложенная в многочисленных журнальных публикациях, была проанализирована и обобщена в монографиях и достаточно многочисленных журнальных публикациях [1-6]. В этих публикациях исследовалось движение ньютоновской жидкости (газа или жидкости), большей частью, в осесимметричных каналах при наличии завихрителей двух видов: спиральных, расположенных вдоль всей длины трубопровода, или локальных, расположенных дискретно (раздельно) с некоторым шагом, также вдоль всей длины транспортного канала. В обоих случаях, какие-либо движущиеся тела в потоке газа или жидкости отсутствовали. В результате этих исследований было установлено, что при турбулентном режиме течения завихрители интенсифицируют теплообмен и массообмен и, как правило, возрастает гидравлическое сопротивление каналов, хотя отдельном случае, если основываться на патенте [7], при использо-

вании завихрителя в виде поверхностной проволочной навивки, гидравлическое сопротивление каналов, видимо, при турбулентном режиме течения среды уменьшается.

Целью работы является расчетно-теоретическое определение азимутальной скорости в круглой трубе при наличии пристенных спиральных завихрителей.

### 1. Анализ расчетно-теоретических выражений для азимутальной скорости.

В работе [4] при определении профиля азимутальных скоростей в циркуляционно-продольном течении в трубе, наряду с непрерывными завихрителями в виде проволочной навивки, оребрения и спиральной накатки, расположенных на внутренней поверхности внешней трубы, рассмотрены непрерывные завихрители потока ленточного и шнекового типов, которые выполнены в виде винтообразной спирали вокруг осевой линии трубы или вокруг внутреннего цилиндра меньшего радиуса, соответственно. Из приведенных в работе [4] расчетных зависимостей, следует, что на оси скорость жидкости равна нулю. Это верно для, упомянутых выше, первых трех пристенных завихрителей, но требует специального обоснования для ленточного завихрителя, поскольку, строго говоря, на оси трубы расположена неподвижная (не вращающаяся) осевая часть ленты. В слу-

чае шнекового завихрителя, полученная в работе [4] расчетная зависимость не может использоваться, поскольку формально описывает профиль скорости внутри герметичного цилиндра меньшего радиуса, внутри которого жидкость отсутствует или покоится. В последнем случае, шнекового завихрителя не определено значение скорости жидкости на внешней поверхности внутреннего цилиндра, которая, из условия прилипания, должна быть принята равной нулю, поскольку не определены граничные условия на внешней поверхности цилиндра меньшего радиуса шнекового завихрителя.

Кроме того, представляется необходимым специально пояснить, что на неподвижной внутренней поверхности внешней трубы скорость жидкости принимает конечное, отличное от нуля значение, то есть пренебрегается условием прилипания, которое выполняется как при ламинарном, так и турбулентном режимах вращательного течения в кольцевом зазоре. Как представляется, физически более корректно представить физико-математическую модель течения вблизи внутренней поверхности трубы, что при установке непрерывного завихрителя, за счет взаимодействия его конструктивных элементов (проволочной навивки, оребрения или спиральной накатки) с движущимся потоком жидкости возникает вращательное движение жидкости в виде азимутальной скорости вблизи неподвижной внутренней поверхности трубы, а на поверхности самой трубы азимутальная скорость жидкости равна нулю. Поэтому, изначально, распространение выражения для азимутальной скорости вплоть до внутренней стенки трубы является допущением, которое в работа [4] заранее не оговаривается.

При решении задач о течении при наличии завихрителей делаются упрощающие допущения о том, что радиальные составляющие скорости малы в сравнении с осевой и азимутальной (вращательной) скоростями, а производные скоростей в осевом направлении намного меньше производных по радиусу [2, 4]. В случае достаточной удаленности от начального сечения потока, течение становится независимым

от продольной координаты, направленной вдоль оси трубы и оси цилиндрического тела завихрителя. Тогда для течения в кольцевой трубе линеаризованные уравнения движения для азимутальной скорости имеет следующий вид

$$0 = d^2w/dr^2 + (1/r)(dw/dr) - w/r^2; \quad (1)$$

где  $w$  – азимутальная (вращательная) скорость жидкости;  $r$  – радиус.

Общее решение уравнения (1) записывается в виде [8]:

$$w = C_1 r + C_2/r; \quad (2)$$

где  $C_1$  и  $C_2$  – постоянные, определяемые из граничных условий.

Основываясь на анализе экспериментальных данных, считается, что при  $0 \leq r \leq r_m$  жидкость вращается как твердое тело с постоянной угловой скоростью  $\Omega = w / r = w_m / r_m = \text{const}$ , где  $r_m$  – радиус при котором азимутальная скорость максимальна,  $w_m$  – максимальное значение азимутальной скорости. При  $r_m \leq r \leq R$  имеет место потенциальное течение с постоянной циркуляцией  $\Gamma = w r = w_m r_m = \text{const}$ , где  $R$  – внутренний радиус трубы.

В работе [4], умножая первый и второй члены в правой части выражения (2) на дополнительно введенные поправочные функции, зависящие от величины отношения  $r_m / R$ , получают конечное выражение:

$$w = wR [r(R^2 + r_m^2)]/[R(r_m^2 + r^2)]; \quad (3)$$

где  $wR$  – величина азимутальной скорости при  $r = R$ .

Не останавливаясь на анализе метода получения выражения (3), отметим, что, полученное выражение не согласуется с уравнением (1), то есть не является его аналитическим решением, а, фактически, как констатируется в [5], является аппроксимирующей функцией, то есть является расчетно - эмпирической зависимостью.

Используя выражение (2), определим постоянные  $C_1$  и  $C_2$ , исходя из условий, что положение максимума азимутальной скорости определяется тем, что  $(dw/dr) = 0$

при  $r = rm$ , а величина  $w = wR$  при  $r = R$ . В результате получим, что:

$$\underline{w} = wR \frac{[R(rm^2 + r^2)]}{[r(R^2 + rm^2)]}; \quad (4)$$

Это выражение согласуется с уравнением (1), то есть является его решением с особенностью на оси потока при  $r = 0$ .

Сравнение выражений (3) и (4) показывает, что они обратно пропорциональны друг другу, то есть

$$w = 1/w; \quad (5)$$

Таким образом, получается, что расчетно-эмпирическое выражение (3), которое коррелируется с опытными данными [4], обратно пропорционально точному решению уравнения движения, которое не коррелирует с опытными данными в осевой области движения жидкости.

В работе [5] получено расчетно-эмпирическое выражение, аппроксимирующее, так называемый, свободно-вынужденный вихрь Бюргерса-Бэтчелора [9, 10], в виде зависимости:

$$w = wR(R/r)[1 - \exp(-1,256(r/rm)^2)]/[1 - \exp(-1,256(R/rm)^2)] \quad (6)$$

$$= wR(R/r)\{1 - \exp[-1,256(r/R)^2/(rm/R)^2]\}/[1 - \exp(-1,256(1/(rm/R)^2)];$$

Из графических данных, приведенном в работе [5], основывающего на тех же опытных данных [11, 12], следует, что при  $r/rm = 0,2$  величина отношения  $w / wR = 3,57$ , что значительно отличается от величины  $w / wR = 3$ , используемой в работе [4]. Примечательно, что в работах [5, 6] не указывается конкретное значение безразмерной координаты максимума скорости  $(rm/R)$ , что затрудняет проведение объективной оценки степени соответствия между опытными и расчетными значениями безразмерного отношения скоростей  $w / wR$ . Более того, в работе [6] прямо указывается, что «радиус  $rm$  может принимать любое значение, кроме нуля, в том числе виртуальное, лежащее за пределами трубы  $rm/R > 1$ ». Фактически это означает,

что величина отношения  $(rm/R)$  является параметром согласования, хотя из приведенных экспериментальных данных следует, что величина  $(rm/R)$  равна или близка к 0,2.

На основании этих соображений, представленных в работе [4] опытных данных работ, заимствованных из работ [11, 12], следует, что максимальное значения отношения  $w / wR$  находится в пределах от 2,6 до 3,6 при величине  $rm / R = 0,2$ .

В работе [6] приводится простая аппроксимационная зависимость, которую в принятых обозначениях, можно представить в виде:

$$w / wR = 2(r/R)/(rm / R)/[1 + (r/R)^2 / (rm / R)^2]; \quad (7)$$

С учетом того, что ранее было принято, что  $(rm / R) = 0,2$  и откорректированных величинах постоянных множителей, получим:

$$w / wR = 26(r/R)/[1 + 25(r/R)^2]; \quad (8)$$

Можно показать, что при  $(rm / R) = 0,2$  зависимости (3) и (8) совпадают.

## 2. Альтернативный способ получения обобщенного аппроксимирующего выражения для азимутальной скорости.

Наряду с рассмотренными зависимостями (3), (6), которые, как показал проведенный анализ, фактически являются аппроксимационными расчетными зависимостями, возможно привлечение аналогичных зависимостей, используемых при анализе других гидродинамических процессов. Так, например, опытная зависимость отношения  $w/wR$  от безразмерного радиуса  $(r/R)$  качественно подобна зависимости коэффициента турбулентной диффузии от расстояния до внутренней стенки трубы [13].

Применительно к рассматриваемому случаю, выражение для азимутальной скорости представим в виде зависимости:

$$w / wR = a (r/R)/[b + c(r/R)^n]; \quad (9)$$

где постоянные  $a$ ,  $b$ ,  $c$  и  $n$  подбираются из условий, что:  $w / wR = 0$  при  $(r/R) = 0$ ;

$w / wR = 2,6$  при  $(r_m / R) = 0,2$ ;  $w / wR = 1$  при  $(r/R) = 1$ . Значение  $n = 2$  обеспечивает примерно одинаковую относительную погрешность величины отношения  $w / wR$  в приосевой области течения  $(r/R) < 0,2$  и кольцевой зоне потока  $0,2 < (r/R) < 1$ .

В результате получим, что  $a = 26$ ;  $b = 1$ ;  $c = 25$ . Эти результаты расчетов внесены в столбец (9) при  $n = 2$ . Можно показать, что

при  $(r_m / R) = 0,2$  и  $n = 2$  выражения (3) и (9) равны.

Если принять, что  $w / wR = 3,0$  при  $(r_m / R) = 0,2$ , то при  $n = 2,1$  получим, что  $a = 29,61838$ ;  $b = 1$ ;  $c = 28,61838$ .

Если принять, что  $w / wR = 3,6$  при  $(r_m / R) = 0,2$ , то при  $n = 2,3$  получим, что  $a = 31,59009$ ;  $b = 1$ ;  $c = 30,59009$ .

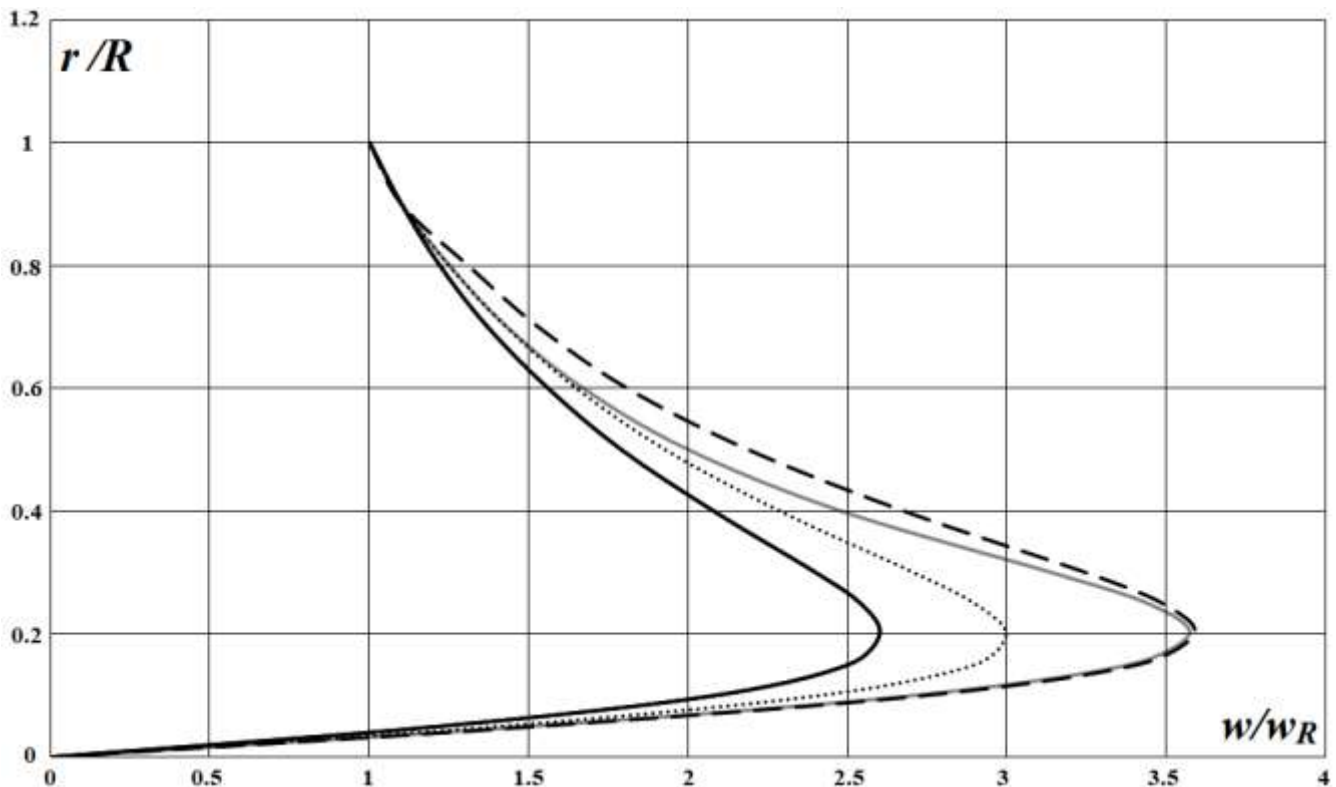


Рис. 1. Расчетные распределения азимутальных скоростей в координатах  $(r/R)$  от  $(w/wR)$ : сплошная темная линия – расчет по формулам (3) и (9) при  $(r_m / R) = 0,2$  и  $n = 2$ ; пунктирная линия – расчет по формуле (9) при  $(r_m / R) = 0,2$  и  $n = 2,1$ ; сплошная светлая линия – расчет по формуле (6); штриховая линия – расчет по формуле (9) при  $(r_m / R) = 0,2$  и  $n = 2,3$ .

Из расчетных зависимостей, представленных на рисунке 1 следует, что если зависимости (3) и (6) воспринимать как предельные, в промежутках между которыми располагаются экспериментальные данные, то возможно подобрать эмпирическую зависимость, наиболее соответствующую опытным данным, например, с использованием формулы (9).

Анализ расчетных данных, приведенных на рисунке 1, также показывает, что введение ещё одного переменного – показателя степени  $n$ , позволяет добиться соответствия между опытными данными и эм-

пирическими расчетными значениями во всей области изменения экспериментальных величин  $2,6 \leq w / wR \leq 3,6$  при  $(r_m / R) = 0,2$ , чего не позволяет сделать ни одна из других проанализированных выше эмпирических зависимостей (3) или (6).

По формуле (3) при  $r = r_m$  можно определить максимальное значение азимутальной скорости  $w_m$ , используя которое, можно получить выражение для распределения азимутальной скорости относительно её максимального значения [4]:

$$w/w_m = 2r/r_m / (r_m^2 + r^2); \quad (10)$$

$$w/w_m = (r/r_m) [ [b + c(r/r_m)^n] / [b + c(r/R)^n] ]; \quad (12)$$

Аналогично, используя выражение (6), можно получить подобное выражение для отношения  $w/w_m$  в виде зависимости:

$$w/w_m = (r/r_m) [ 1 - \exp(-1,256(r/r_m)^2) ] / 0,715; \quad (11)$$

Получим аналогичные зависимости при использовании выражения (9) при различных значениях показателя степени  $n$  и соответствующих значениях постоянных  $a$ ,  $b$  и  $c$ . Проведя необходимые выкладки получим:

В этом случае также возможно провести расчеты при различных сочетаниях значений коэффициентов в последней формуле. Можно показать, что при  $(r_m/R) = 0,2$  и  $n = 2$  выражения (10) и (12) равны.

Из расчетных зависимостей, представленных на рисунке 2 следует, что если зависимости (10) и (11) рассматривать как предельные, в промежутках между которыми располагаются экспериментальные данные, то возможно подобрать эмпирическую зависимость, наиболее соответствующую опытным данным, например, с использованием формулы (12).

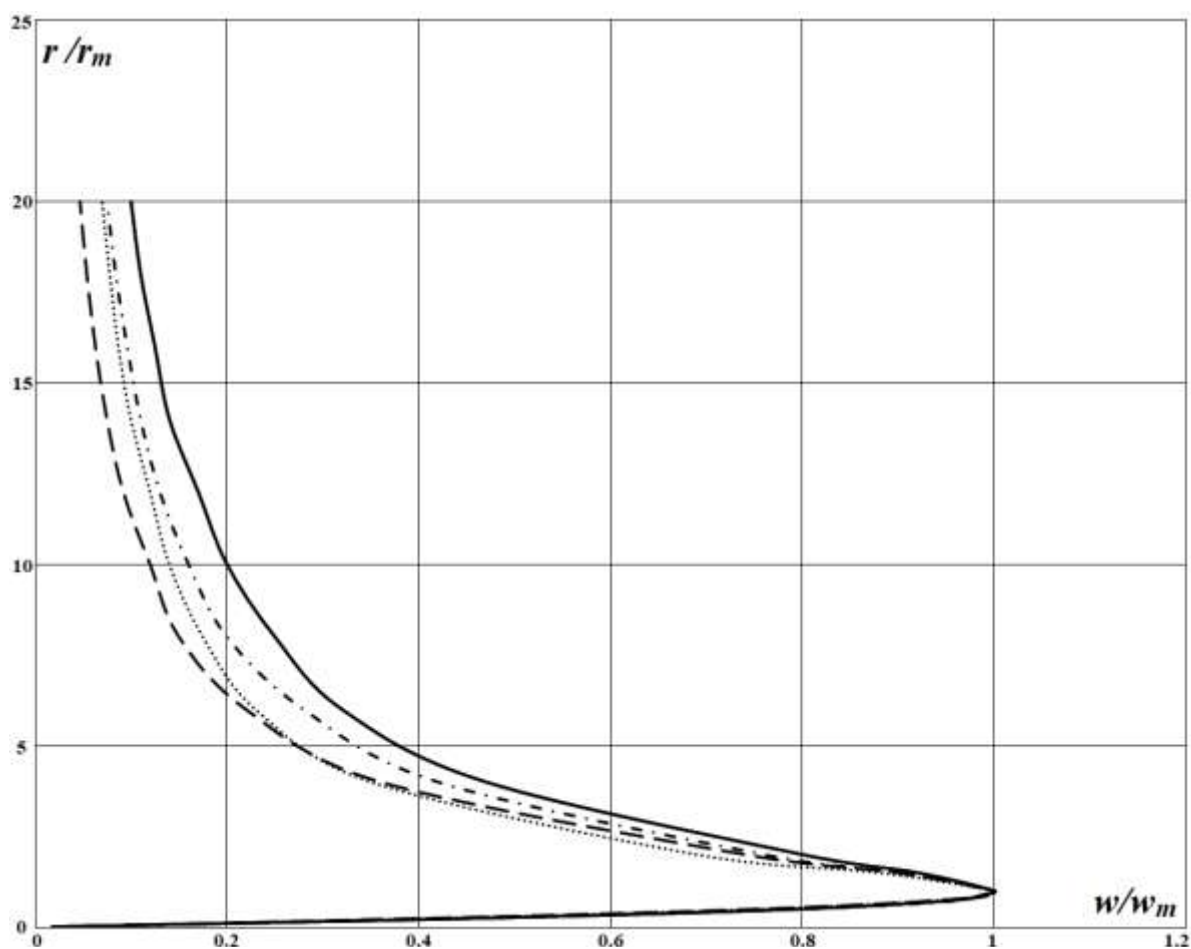


Рис. 2. Расчетные распределения азимутальных скоростей в координатах  $(r/r_m)$  от  $(w/w_m)$ : сплошная темная линия – расчет по формулам (10) и (12) при  $(r_m/R) = 0,2$  и  $n = 2$ ; пунктирная линия – расчет по формуле (11); штрих-пунктирная линия – расчет по формуле (12) при  $(r_m/R) = 0,2$  и  $n = 2,1$ ; штриховая линия – расчет по формуле (12) при  $(r_m/R) = 0,2$  и  $n = 2,3$ .

В принятой постановке «толщина» притенных спиральных завихрителей приня-

та равной нулю. Если учесть «толщину» завихряющего устройства, то принятое

обозначение внутреннего радиуса трубы  $R$  обозначает внутренний – наименьший радиус завихрителя, который меньше его наружного радиуса. Поскольку толщина направляющих элементов пристенных завихрителей (проволочной навивки, оребрения или спиральной накатки), как правило, не указывается, это вносит известную неопределенность в результаты анализа экспериментальных данных, при

сравнении их с расчетно-эмпирическими зависимостями.

**Заключение.** На основе анализа расчетно-эмпирических аппроксимаций профиля азимутальных скоростей при циркуляционно-продольном течении в трубе при наличии непрерывных пристенных завихрителей или вращения трубы, получена обобщенная расчетно-эмпирическая зависимость, обобщающая ранее предложенные зависимости.

#### Библиографический список

1. Щукин В.К., Халатов А.А. Теплообмен, массообмен и гидродинамика закрученных потоков в осесимметричных каналах. – 1982. – 200 с.
2. Митрофанова О.В. Гидродинамика и теплообмен закрученных потоков в каналах ядерно-энергетических установок. – М.: Физматгиз. 2010. – 288 с.
3. Зуйков А.Л. Динамика вязких циркуляционных течений в трубах и поверхностных воронках. Дисс. ... д.т.н. – М.: МГСУ, 2009. – 545 с.
4. Зуйков А.Л. Модифицированный вихрь Куэтта // Вестник МГСУ. – 2010. – Вып. 4. № 2. – С. 66-71.
5. Зуйков А.Л. Аппроксимирующие профили циркуляционных характеристик закрученного течения // Вестник МГСУ. – 2011. – №5. – С. 185-190.
6. Сугак Е.В., Сугак А.В. Моделирование турбулентных закрученных потоков // Современные проблемы науки образования. – 2013. – № 1. – С. 9.
7. Голованчиков А.Б., Ильина Л.А., Ильин А.В., Дулькина Н.А., Дулькин А.Б., Каращук Д.С. Устройство для уменьшения гидравлических потерь в трубопроводе. Патент РФ. № 2285198. МКИ F17D1/20, F15D1/06. 2006. 7 с.
8. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. 6. Гидродинамика. – М.: Наука, 2003. – 560 с.
9. Burgers J.M. A mathematical model illustrating theory of turbulence // Adv/ in Appl. Mech. – 1948. – P. 171-199.
10. Batcherol G.K. Axial flow in trailing line vortices // J. Fluid Mech. – 1964. – V. 20. № 4. – P. 645-658.
11. Vatistas G.H., Lin S., Kwok C.K. An analytical and experimental study on the core – size and pressure drop across a vortex camber // AIAA, Pap. 1984. 1548.
12. Сабуров Э.Н., Карпов С.В., Осташев С.И. Теплообмен и аэродинамика закрученного потока в циклонных установках. – Л.: Из-во ЛГУ. 1989. – 276 с.
13. Longwell P.A. Mechanics of fluid flow. N-Y. McGraw-Hill Book Company. – 1977. – 423 p.

**ON DETERMINING THE AZIMUTHAL VELOCITY IN ROUND PIPE IN THE PRESENCE OF WALL SPIRAL SWIRLS**

**A.S. Kondratyev**, *Doctor of Technical Sciences*

**K.F. Gardener**, *Student*

**P.P. Shvydko**, *External Student*

**Moscow State Polytechnic University**

**(Russia, Moscow)**

***Abstract.** The profile of azimuthal velocities in a longitudinal longitudinal circulation in a pipe with continuous swirlers located on the inner surface of the pipe is considered. A critical analysis of the known expressions for the azimuthal velocity profile has been carried out; a semi-empirical expression for the velocity profile has been proposed, which provides the best fit with the experimental data.*

***Keywords:** pipeline, local surface swirls, axial, azimuthal, radial, speed.*