

ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ ОПТИМИЗАЦИИ ДЛЯ ФОРМИРОВАНИЯ ИНВЕСТИЦИОННОГО ПОРТФЕЛЯ

С.А. Коцюбинская, студент

Институт сферы обслуживания и предпринимательства (филиал) ДГТУ в г. Шахты
(Россия, г. Шахты)

DOI: 10.24411/2500-1000-2019-11705

Аннотация. Стандартная модель Марковица является NP-сложной, а включение ограничений из реальной жизни на порядок усложняет ее. Правильный подход к решению позволит сократить время до приемлемого уровня. В данной работе исследуются инструментальные методы для формирования инвестиционного портфеля. Рассматриваются достоинства и недостатки квадратичного программирования для решения данной задачи, а также эвристические методы и метаэвристика как альтернативы точным решениям.

Ключевые слова: оптимизация инвестиционного портфеля, квадратичное программирование, эвристические методы, метаэвристика.

Включение характерных для реальной жизни ограничений, таких как ограничение на количество элементов, ограничение на размер лота, и т. д., превращает оптимизацию портфеля в комбинаторную задачу. Стандартная модель Марковица [1] с неотрицательными ограничениями является NP-сложной, и только с небольшим размером задачи, т. е. с достаточно небольшим количеством активов (N), может быть решена в течение разумного времени для получения точного решения с использованием стандартного программного обеспечения оптимизации (инструменты квадратичной оптимизации).

Квадратичное программирование. Задачи квадратичного программирования (QP) как правило состоят из целевой функции, которая допускает дополнительную квадратичную форму переменной решения, и ряда ограничений, которые выражаются в линейном равенстве или неравенстве относительно переменных решения. Общую форму задачи можно сформулировать следующим образом:

$$\min_x f'x + \frac{1}{2}x'Hx \quad (1)$$

С учетом:

$$Ax = a \quad (2)$$

$$Bx \leq b \quad (3)$$

где f вектор $1 \times N$, H - матрица $N \times N$, x вектор переменных решения $N \times 1$, A и B матрицы $M \times N$, где M - любое число, a и b вектора. Это может быть применено к модели Марковица (с учетом ограничения не отрицательности) следующим образом:

$$\min_w \lambda r'w + \frac{1}{2}w'2(1 + \lambda)\Sigma w \quad (4)$$

С учетом

$$Lw = 1 \quad (5)$$

$$-Iw \leq 0 \quad (6)$$

где λ -параметр, измеряющий компромисс между доходностью и риском, I -матрица идентичности $N \times N$ и L - единичный вектор $1 \times N$.

Если задать $\lambda=0$, то результатом будет портфель с минимальным риском. С другой стороны, если задать значение параметра равное единице, то таким образом вес портфеля будет сконцентрирован на максимизации ожидаемой доходности и в результате получится портфель с максимально возможной доходностью. В этом случае модель Марковица запрещает отрицательные веса без верхнего предела весов активов. Это приведет к портфелю с одним активом, который имеет самую высокую ожидаемую доходность. Для построения эффективного портфеля достаточно малыми шагами увеличивать λ от

нуля до единицы и решить квадратичную оптимизацию для этих значений.

Эвристические методы. Основным недостатком методов точного решения является то, что число комбинаций состояний, которые необходимо искать, экспоненциально увеличивается с размером задачи и становится вычислительно сложным. Используя эвристику, задачи оптимизации могут быть решены за полиномиальное время с компромиссом для их оптимальности [3]. В некоторых условиях практическая скорость достижения приемлемых приближенных решений очень важна. Допустимые почти оптимальные решения приемлемы, но несвоевременные-нет. Простые эвристические подходы решения основаны на специализированных методах, которые работают особенно хорошо для данной проблемы, но имеют только ограниченную применимость к другим проблемам. Кроме того, простые эвристики, основанные на алгоритмах жадного поиска, имеют тенденцию останавливаться в низших локальных оптимумах. В большинстве комбинаторных оптимизационных задач эвристические методы могут уменьшить сложность вычисления до полиномиального времени (но дают решения, которые не обязательно будут глобальными оптимумами). Недостатком основных эвристик является то, что они, как правило, попадают в ловушку с локальными оптимумами, намного уступающими истинным или глобальным оптимумам, и в течение большей части времени не считаются достаточно хорошими. Метаэвристика должна объединить основные эвристические методы с управляемыми, или интеллектуальными методами, направленными на то, чтобы избежать ловушек.

Метаэвристические методы. Для преодоления вышеуказанных ограничений исследователи в последнее десятилетие уделяют все большее внимание методам метаэвристических решений. Метаэвристика – это общий интеллектуальный поиск, который может найти выход из локальных оптимумов. Несмотря на их интеллект и общность, характеристики метаэвристики зависят от постановки задачи. За последнее десятилетие был опублико-

ван ряд научных публикаций о применении метаэвристических подходов к решению некоторых вопросов управления портфелем и оптимизации. По существу, метаэвристика – это алгоритмы исследования поисковых пространств с использованием управляемых стратегий, которые имеют динамический баланс между использованием накопленного поискового опыта (т. е. интенсификацией) и исследованием поискового пространства (т.е. диверсификацией). Метаэвристики можно разделить на две категории: локальные поисковые метаэвристики (LSMs) и эволюционные алгоритмы (EAs). LSM начинаются с одного решения, которое впоследствии заменяется другим (часто, но не всегда лучшим) решением, найденным в окрестности. Они часто называются интенсификацией, потому что они позволяют найти локальное оптимальное решение. Тем не менее, они отличаются от локальных алгоритмов поиска базовых эвристик тем, что у них есть некоторый механизм стратегического управления поиском от попадания в локальные оптимумы. И наоборот, эволюционные алгоритмы используют случайно сгенерированную совокупность решений. Первоначальная популяция улучшается в процессе естественной эволюции/отбора. При этом вся популяция или ее часть замещается вновь рожденным потомством (часто наиболее подходящим). LSM можно разделить на различные модели, основываясь на методах управления, которые включают Моделируемый отжиг (Simulated Annealing), Поиск с запретами (Tabu search), Поиск окрестности переменных (Variable Neighbourhood Search). С другой стороны, EAs включают генетические алгоритмы (Genetic Algorithms), стратегии эволюции (Evolution Strategies), генетическое программирование (Genetic Programming), Колонии муравьев (Ant Colonies) [4]. Поскольку во всем мире ведутся активные исследования по поиску новых эвристических методов, эти списки отнюдь не являются исчерпывающими. Кроме того, существуют также гибриды и другие метаэвристики, которые не могут попасть ни в одну из категорий. Несмотря на то, что метаэвристики не являются

конкретными для какой-либо задачи для достижения эффективных решений они часто должны использовать детальную информацию в области решаемой задачи. В результате, наиболее эффективные метавэристики не могут быть повторно исполь-

зованы для различных задач или даже различных экземпляров одной и той же задачи без перепланировки или в некоторых случаях корректировки соответствующих параметров.

Библиографический список

1. Harry M. Markowitz. Foundations of portfolio theory // The Journal of Finance. – 1991. – №46 (2). – P. 469-477.
2. Anagnostopoulos, K.P. and Mamanis, G. Multiobjective evolutionary algorithms for complex portfolio optimization problems // Comput Manag Sci. – 2011. – №8. – P. 259-279.
3. Woodside-Oriakhi, M., Lucas, C. & Beasley, J.E. Heuristic algorithms for the cardinality constrained efficient frontier // European Journal of Operational Research. – 2011. – № 213. – P. 538-550.
4. Zitzler, E. and Thiele, L. Multiobjective Evolutionary Algorithms: A Comparative Case Study and the Strength Pareto Approach // IEEE Transactions on Evolutionary Computation. – 1999. – № 3 (4). – P. 257-271.

THE RESEARCH OF OPTIMIZATION METHODS FOR INVESTMENT PORTFOLIO FORMATION

S.A. Kotsyubinskaya, *Student*

Institute of Service and Entrepreneurship (branch) of Don State Technical University, Shakhty (Russia, Shakhty)

Abstract. *The standard Markowitz model is NP-complex, and the inclusion of real-life constraints complicates it. The correct approach to the solution will reduce the time to an acceptable level. This paper is the research instrumental methods for the investment portfolio formation. The advantages and disadvantages of quadratic programming for solving this problem are considered, as well as heuristic methods and metaheuristics as alternatives to exact solutions.*

Keywords: *portfolio optimization, quadratic programming, heuristic methods, metaheuristics.*