

ДИНАМИЧЕСКОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ В НЕЛИНЕЙНЫХ МОДЕЛЯХ УПРАВЛЕНИЯ МАТЕРИАЛЬНО-ПРОИЗВОДСТВЕННЫМИ ЗАПАСАМИ ПРЕДПРИЯТИЯ

О.В. Пацула, магистрант
Кубанский государственный университет
(Россия, г. Краснодар)

DOI: 10.24411/2500-1000-2018-10038

Аннотация. В статье рассмотрено применение метода динамического программирования в управлении материально-производственными запасами предприятия на примере нелинейных моделей. Представлены динамическая детерминированная и стохастическая модели управления заемными средствами предприятия. Произведено построение оптимизационных задач и формализация условий и ограничений для каждой модели.

Ключевые слова: динамическое программирование, материально-производственные запасы, динамическая детерминированная модель, стохастическая модель, заемные средства.

Экономика России в настоящее время испытывает значительные трудности, которые были спровоцированы обесцениванием рубля, введением государственных санкций в отношении России западными странами, снижением цен на нефть и т. д. Подобные условия требуют пересмотра основных целей управленческой деятельности, а также методов, которые способствуют их эффективному достижению. Ни одно предприятие не способно вести свою деятельность без достаточного объема материально-производственных запасов. Обусловлено это тем, что запасы различного рода играют важную роль в функционировании любой экономической системы и возникают, соответственно, практически во всех звеньях народного хозяйства. То есть, основные результаты производственной деятельности предприятий во многом определяются объемом и уровнем запасов.

Эффективное управление запасами – это один из важнейших факторов повышения эффективности деятельности производственных предприятий. Поэтому в условиях рыночной экономики предприятия должны стремиться к эффективному управлению движением материальных и финансовых ресурсов, а именно управлению процессами снабжения, сбыта и оборотными средствами, которые вкладываются в эти запасы.

На актуальность данной темы, указывает тот факт, что проблему распределения ресурсов можно отнести к «вечным», так как ресурсы по своей природе всегда ограничены. Их, так или иначе, необходимо распределять на различные нужды предприятий постоянно и на всех уровнях. Также стоит отметить, что всегда остается актуальной тенденция разработки и практического приложения всевозможных методов оптимизации, в том числе и экономико-математических, для эффективного управления распределением запасов.

Решение экономических задач на основе метода динамического программирования актуально и в настоящее время. Как правило, математические модели для описания экономических процессов должны рассматриваться для реальных ситуаций. Зачастую переменные величины, характеризующие данные процессы, связаны между собой нелинейными законами. К задачам нелинейного распределения, решение которых рассматривается как многошаговый процесс, и применяется метод динамического программирования [1].

В основе метода динамического программирования лежит принцип оптимальности. Суть его заключается в том, что оптимальное поведение обладает тем свойством, что каковы бы ни были первоначальное состояние и решение в начальный момент, последующие решения должны со-

ставлять оптимальное поведение относительно состояния, получающегося в результате первого решения.

Рассмотрим стратегию оптимального использования заемных средств на предприятии. Они могут использоваться, например, для покупки нового оборудования при расширении производства или же для финансирования текущей деятельности в качестве вложений в оборотные активы предприятия.

Данный подход представляет собой построение оптимизационных задач, учитывающих специфику деятельности предприятия, предпосылок исходных данных, а также требующих необходимой точности полученных решений. В их постановке задействован углубленный набор ограничений. В основе этих задач лежат предпосылки о зависимости цены и переменных издержек от объема выпускаемой продукции, а также о зависимости цены ресурса от объема его закупки [2].

Динамическая детерминированная модель управления заемными средствами предполагает оценку фактора времени для учета изменений основных показателей в разные периоды времени. Поэтому целевую функцию можно выразить как $\varphi_i[t, x, y(t)]$, то есть маржинальный доход от единицы выпущенной продукции i в момент времени t при заданной производственной программе $X = (X_1, \dots, X_n)$ и внешних условиях, которые задаются вектором $y(t)$. К внешним условиям относятся такие факторы, как уровень инфляции и безработицы, цены на энергоносители и т. д. Решение оптимизационных задач с использованием данной модели предполагает определение $x_i(t)$ – интенсивности выпуска продукции i -го вида в момент времени t . А объем выпуска продукции i -го вида за интервал времени $(0, T)$ составляет $x_i = \int_0^T x_i(t) dt$ [3].

Рассмотрим элементы, формализующие динамическую детерминированную модель [4]:

1) Целевая функция, максимизирующая маржинальный доход

$$\sum_{i=1}^n \int_0^T \varphi[t, x, y(t)] x_i(t) dt \rightarrow \max \quad (1)$$

2) Ограничение на объем материально-производственных запасов

$$\sum_{i=1}^n l_{ij} x_i \leq L + z_j, \quad j = \overline{1, m}, \quad (2)$$

где L_j – объем наличных материально-производственных запасов j -го вида;

z_j – объем дополнительных материально-производственных запасов j -го вида.

3) Условие на равномерную загрузку производственных мощностей

$$\sum_{i=1}^n T_{ij}(x) \int_0^t x_i(t') dt' \leq \frac{t}{T} k_l \tau_l, \quad \forall t \in (0, T), l = \overline{1, j}, \quad (3)$$

где k_j – количество оборудования вида j ;

τ_j – эффективное время использования единицы оборудования j -го вида.

4) Ограничение интенсивности использования производственных мощностей

$$\sum_{j=1}^n T_{ij}(x) x_i \leq \tau_l k_l, \quad l = \overline{1, j}, \quad \forall t \in (0, T) \quad (4)$$

5) Ограничение спроса на продукцию

$$x_i(t) \leq I p t_i[t, x, y(t) f_i(t, x, y(t))], \quad \forall t \in (0, T), \quad (5)$$

где $I p t_i[t, x, y(t) f_i(t, x, y(t))]$ – интенсивность спроса на продукцию i -го вида;

$f_i[t, x, y(t)]$ – интенсивность продаж.

6) ограничение на закупки материально-производственных ресурсов в пределах объема заемных средств

$$\sum_{j=1}^M z_j \alpha_j [z, x, y(t_\mu)] \leq V, \forall t \in (0, T), \quad (6)$$

где $\alpha_j [z, x, y(t_\mu)]$ – стоимость материально-производственных запасов, которая зависит от объема реализации продукции, объема закупок и момента закупки t_μ .

Решение задачи (1) – (6) осуществляется с помощью разбиения интервала времени $(0, T)$ на подинтервалы $(0, t^1), \dots, (t^{N-1}, T)$ и решения нелинейной статической задачи управления заемными средствами на каждом таком подинтервале. Решение динамической задачи образуется путем слияния решений на всех временных промежутках вида (t_j, t_{j+1}) [5].

Рассмотрим процесс разбиения более подробно. Для этого детализируем модель (1) – (6). Укажем, что на данных интервалах маржинальный доход $\varphi_i^q [t, x, y(t)]$, $q = 0, 1, \dots, N-1$ – величина, не зависящая от времени, а интенсивность производства $x_i^q(t)$ остается постоянной для любого периода времени t из отрезка $[t^q, t^{q+1}]$. Интенсивность спроса и отпускные цены на продукцию тоже остаются постоянными, то есть $l p t_i^q \{ [t, x, y(t), f_i(t, x, y(t))] \} \equiv const$. Производственная программа выпуска продукции задана вектором $x^q = (x_1^q, \dots, x_n^q)$, $q = 1, 2, \dots, N$. Теперь данную динамическую модель (1) – (6) можно сформулировать в виде статической оптимизационной задачи:

Максимизация целевой функции

$$\sum_{i=1}^n \varphi_i^q [x_i^q y(t)] x_i^q \rightarrow \max \quad (7)$$

Ограничение объема материально-производственных запасов с учетом запасов прошлого периода

$$\sum_{i=1}^n x_i^q l_{ij} \leq L_j^{q-1} + Z_j^q \quad (8)$$

Ограничение интенсивности использования производственных ресурсов

$$\sum_{i=1}^n T_{ii} (x^q) x_i^q \leq \tau_i^q k_i \quad (9)$$

Ограничение спроса на продукцию

$$\sum x_i^q \leq p t_i^q [x^q, y^k(t), f_i(x^q, y(t))] \quad (10)$$

Ограничение на закупку материально-производственных ресурсов в пределах объема заемных средств

$$\sum_{j=1}^M z_j^q \alpha_j^q \leq \frac{V}{N}. \quad (11)$$

В отличие от рассмотренной модели стохастическая модель оптимального управления заемными средствами предполагает, что цена реализации продукции и спрос на нее являются не заданными, а случайными величинами. В свою очередь в данной модели появляется дополнительное ограничение на риск закупок. Одним из необходимых условий использования модели является большая накопленная статистика, а это существенно усложняет процесс ее построения. Поэтому если оно не выполняется, то целесообразнее использовать динамическую детерминированную модель [6].

Таким образом, целевая функция стохастической модели оптимального управления имеет вид

$$\sum_{i=1}^n \int_0^T \bar{\varphi}_i [t, x, y(t)] x_i(t) dt \rightarrow \max, \quad (12)$$

где $\bar{\varphi}_i [t, x, y(t)]$ – математическое ожидание случайной функции $\varphi_i [t, x, y(t)]$, которая рассматривается как случайный процесс;

$\bar{\varphi}_i [t, x, y(t)] x_i(t)$ – интенсивность денежного потока в момент времени t .

Ограничение объема материально-производственных запасов

$$\sum_{i=1}^n l_{ij} x_i \leq L + z_j, \quad j = \overline{1, m}. \quad (13)$$

Ограничение на производственные мощности

$$\sum_{i=1}^n T_{il}(X)x_i \leq \tau_l k_l, l = k. \quad (14)$$

Ограничение спроса на продукцию

$$x_i(t) \leq Ipt_i[t, x, y(t)f_i(t, x, y(t))], \forall t \in (0, T). \quad (15)$$

Ограничение на закупку материально-производственных ресурсов в объеме заемных средств

$$\sum_{j=1}^M z_j \alpha_j [z, x, y(t_\mu)] \leq V. \quad (16)$$

Ограничение (16) можно представить в другом виде. Если равенство

$Zt_i = \sum_{i=1}^n l_{ij} \alpha_j [z, x, y(t_\mu)]$ выражает переменные затраты на производство единицы продукции i -го вида, то $Zt = \sum_{i=1}^n Zt_i x_i \leq V$ –

ограничение на закупку ресурсов в пределах кредита. А $\sigma_i = \frac{x_i Zt_i}{V}$ показывает долю заемных средств, потраченную на приобретение материально-производственных запасов для производства продукции i -го вида за все время [7].

Таким образом, теперь можно сформулировать условия, которые ограничивают риск и являются дисперсией маржинального дохода:

а) в пределах допустимых значений

$$\sum_{i=1}^n v_i^2 [t, x, y(t)] \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{i>j} \text{cov}_{ij} [t, x, y(t)] \sigma_i \sigma_j \leq D, \quad (17)$$

$$\sum_{i=1}^n \sigma_i \leq 1, \sigma_i \geq 0, \forall t \in (0, T)$$

где v_i^2 – дисперсия случайной величины, то есть маржинального дохода φ_i ;

cov_{ij} – ковариация доходностей i -го и j -го продуктов.

б) относительно минимаксного критерия

$$\min_x \max_t \sum_{i=1}^n v_i^2 [t, x, y(t)] \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^n \sum_{i>j} \text{cov}_{ij} [t, x, y(t)] \sigma_i \sigma_j \leq D \quad (18)$$

$$\sum_{i=1}^n \sigma_i \leq 1, \sigma_i \geq 0, \forall t \in (0, T)$$

Если же в модели (12) – (18) величины α_j, T_{ij}, pt_i также являются случайными, то необходимо ввести дополнительные ограничения:

$$D(\alpha_j) \leq D_2, \quad D[T_{ij}(x)] \leq D_2, \quad (19)$$

$$D\{Ipt_i[t, f_i(t, x, y(t))]\} \leq D_3(t), t \in (0, T)$$

где $D\{Ipt_i[t, f_i(t, x, y(t))]\}$ – дисперсия случайной функции $Ipt_i[t, f_i(t, x, y(t))]$.

Решением задачи (7) – (19) является выбор таких производственных стратегий $X = (X_1, \dots, X_n)$, интенсивностей реализации $x_i(t) / x_i = \int_0^T x_i(t) dt$ и векторов закупок Z , которые будут максимизировать функционал (12) при заданных ограничениях (13) – (19).

Подводя итог, можно сказать, что сформулированная модель – это многокритериальная задача максимизации функционала (14) с ограничениями на количественные оценки риска доходности производственной программы, риска недостатка производственных мощностей при выпуске продукции по выбранной производственной программе, риска недопроизводства и риска недостатка заемных ресурсов для обеспечения производства необходимыми материально-производственными запасами.

Таким образом, была получена стохастическая нелинейная задача оптимального управления заемными средствами при выпуске и реализации предприятием продукции, в основе которой лежит задача максимизации ожидаемого маржинального дохода с ограничениями на объемы производства, производственные мощности, спрос на продукцию, заемные средства и потенциальные риски превышения случайными переменными модели их допустимых значений.

Решение сформулированных задач позволяет повысить качество управления финансовыми ресурсами предприятия и в частности определить благоприятные ус-

ловия для осуществления предприятиями эффективной деятельности, направленной на обеспечение финансовой устойчивости.

Библиографический список

1. Чернышев, С. И. Об использовании метода динамического программирования Р. Беллмана в задачах экономического содержания / С. И. Чернышев // Бизнес информ. Научно-исследовательский центр индустриальных проблем развития РАН Украины. – 2013. – № 6. – С. 110-119.
2. Глухова, Н. В. Новая методика изучения темы «динамическое программирование» на примере задачи об инвестировании для студентов, обучающихся экономике и управлению / Н. В. Глухова // Фундаментальные исследования. – 2014. – № 8-4. – С. 950-954.
3. Кобзарь, А. И. Методы динамического программирования в задачах оптимизации использования технологического оборудования / А. И. Кобзарь, И. В. Тикменова, В. Н. Тикменов // Электронные информационные системы. – 2015. – № 1 (4). – С. 5-13.
4. Рогожкин, В. М. Определение оптимальных вариантов выполнения механизированных работ методом динамического программирования / В. М. Рогожкин, Н. Н. Гребенникова, Н. В. Старостенко // Интерстроймех: материалы Междун. научн.-техн. конф., Самара, 09-11 сентября 2014 г. – Самара; ФГБОУ ВПО "Самарский государственный архитектурно-строительный университет", 2014. С 67-69.
5. Мильцева, Л. А. Использование метода динамического программирования и его оптимизация при решении задач управления / Л. А. Мильцева // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2009. – № 7 (40). – С. 7-9.
6. Дрозденка, К. А. Динамическое программирование в стохастических задачах распределения ресурсов / К. А. Дрозденка // Обзорение прикладной и промышленной математики. – 2008. – № 1. – С. 88-89.
7. Сутягина, Н. И. Метод динамического программирования при принятии микроэкономического решения / Н. И. Сутягина // Вестник НГИЭИ. – 2014. – № 11 (42). – С. 72-77.

DYNAMIC PROGRAMMING IN NONLINEAR MODELS OF MANAGING MATERIAL PRODUCTION RESERVES

O.V. Patsula, *graduate student*
Kuban state university
 (Russia, Krasnodar)

Abstract. *The article deals with the application of the method of dynamic programming in the management of material and industrial reserves of an enterprise using the example of nonlinear models. Dynamic deterministic and stochastic models of enterprise loan management are presented. The construction of optimization tasks and formalization of conditions and constraints for each model are made.*

Keywords: *dynamic programming, inventories, dynamic deterministic model, stochastic model, borrowed funds.*