

## ЭКОНОМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЗАДАЧИ О ВЛИЯНИИ МИНИМАЛЬНОЙ ОТНОСИТЕЛЬНОЙ НОРМЫ И МИНИМАЛЬНОЙ НОРМЫ В СЛУЧАЕ БАЛАНСА ВЛИЯНИЯ ОБОИХ ФАКТОРОВ И ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ДВУХ РЕСУРСОВ И ПРИОРИТЕТА ВЫПУСКА ПЕРВОГО ВИДА ПРОДУКЦИИ

Д.В. Меняйкин, магистр

Новосибирский государственный аграрный университет  
(Россия, г. Новосибирск)

DOI: 10.24411/2500-1000-2018-10037

**Аннотация.** Рассматривается экономический анализ одной из модификаций задачи об оптимальном использовании ресурсов. Модифицированная задача предполагает производство двух видов продукции, использование двух видов ресурсов и влияние минимальной относительной нормы первого вида продукции по отношению ко второму виду и минимальной нормы выпуска второго вида продукции. Исследуется производство продукции в условиях предпочтения выпуска продукции первого вида.

**Ключевые слова:** линейное программирование, модифицированная задача, использование ресурсов, норма выпуска продукции, доход предприятия, экономический.

Для решения экономических задач могут рассматриваться задачи, которые решаются математическими методами. Одной из таких моделей является математическая модель задачи об использовании ресурсов. Она может рассматриваться как инструмент решения задачи использования ресурсов, с помощью решения этой задачи можно проводить экономический анализ производства и использования ресурсов. По решению пары двойственных задач для задачи об использовании ресурсов определяются такие важные показатели, как оценка предельной полезности каждого ресурса, оценки влияния на показатель эффективности факторов производства. Один из примеров такого анализа был рассмотрен на примере предприятия, выпускающего два вида продукции, использующего в производстве два вида ресурсов, на которое влияют два фактора производства: минимальная относительная норма выпуска продукции первого вида по отношению ко второму и минимальная норма выпуска второго вида продукции [1, с. 533-534]. Общее решение этой задачи рассматривалось в статье [2], а случай приоритетного выпуска первого вида продукции в статьях [3, 4]. В качестве исследования возьмём особое решение задачи, когда при оптимальном плане расходуются полностью оба ресурса и значения обо-

их факторов равны их минимальным нормам [2, с. 27-28; 3, с. 33-35]. Особое решение, при котором полностью расходовались оба ресурса и значение минимальной относительной нормы первого продукта ко второму равняется минимальной норме исследовалось в работе [4, с. 83-86].

1. Цель и задача анализа производства в особых условиях

Целью исследования является экономический анализ производства продукции двух видов ( $A_1$  и  $A_2$ ) с использованием двух ресурсов ( $R_1$  и  $R_2$ ), если наблюдается влияние двух факторов (минимальной относительной нормы  $\beta_0$  и минимальной нормы  $n$ ) в предположении, что есть предпочтение выпуска первого вида продукции [1, с. 533-534].

Запишем математическую модель ([1, с. 534]) модифицированной задачи об использовании ресурсов [1, с. 533-534]:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \leq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \leq b_2 \\ x_1 - \beta_0 x_2 \geq 0 \\ x_2 \geq n \end{cases} \quad 1)$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 \\ Z = c_1 x_1 + c_2 x_2 \rightarrow \max$$

В модели:  $a_{ij}$  – расход ресурса  $R_i$  на единицу продукции  $A_j$  ( $i=1, 2, j=1, 2$ );  $b_1=a_{11}n(\beta_0+k_1)$ ,  $b_2=a_{21}n(\beta_0+k_2)$  – запасы ресурсов  $R_1$  и  $R_2$ , где  $k_1=a_{12}/a_{11}$ ,  $k_2=a_{22}/a_{21}$ ;  $c_1$  и  $c_2$  – значения показателей эффективности производства единицы продукции  $A_1$  и  $A_2$ .

Пусть в задаче (1):  $x_1^*$ ,  $x_2^*$  – оптимальные объёмы выпуска продукции  $A_1$  и  $A_2$ ;  $y_1^*$ ,  $y_2^*$  – остатки ресурсов  $R_1$  и  $R_2$  при оптимальном плане;  $y_3^*$  – отклонение отношения объёмов  $x_1^*$  и  $x_2^*$  от минимальной нормы  $\beta_0$ ,

$y_4^*$  – разница объёма  $x_2^*$  продукции  $A_2$  от нормы  $n$ .

Экономический анализ будем проводить для особого решения, когда полностью расходуются оба ресурса и значения обоих факторов равны их минимальным нормам.

Это решение имеет вид:  $x_1^*=\beta_0n$ ,  $x_2^*=n$ ,  $y_1^*=y_2^*=y_3^*=y_4^*=0$ ;  $Z_{\max}=c_1n(\beta_0+k)$ , где  $k$  – отношение  $c_2$  к  $c_1$ .

Двойственная задача к задаче (1) имеет вид ([1, с. 34]):

$$\begin{cases} a_{11}u_1 + a_{12}u_2 + u_3 & \geq c_1 \\ a_{11}u_1 + a_{22}u_2 - \beta_0u_3 + u_4 & \geq c_2 \end{cases} \cdot (2)$$

$$u_1 \geq 0 \quad u_2 \geq 0 \quad u_3 \leq 0 \quad u_4 \leq 0$$

$$W = b_1u_1 + b_2u_2 + nu_4 \rightarrow \min$$

Для особого решения прямой задачи двойственная задача будет иметь решение:

$$u_1^* = \frac{c_1}{a_{11}} \cdot \frac{\beta_0+k}{\beta_0+k_1} \cdot t, \quad u_2^* = \frac{c_1}{a_{21}} \cdot \frac{\beta_0+k}{\beta_0+k_2} \cdot s,$$

$$u_3^* = -c_1 \left( \frac{\beta_0+k}{\beta_0+k_1} \cdot t + \frac{\beta_0+k}{\beta_0+k_2} \cdot s - 1 \right), \quad u_4^* = -c_1(\beta_0+k)(t+s-1),$$

где  $t \geq 0$ ,  $s \geq 0$  и  $\frac{\beta_0+k}{\beta_0+k_1}t + \frac{\beta_0+k}{\beta_0+k_2}s \geq 1$ ,  $W_{\min}=Z_{\max}=c_1n(\beta_0+k)$

2. Методология, методы и методика исследования

Решение экономической задачи математическими методами предполагает построение её математической модели. Поэтому исследование предполагает использовать методологию математического моделирования. Построенная модель является задачей линейного программирования, это

означает, что будут использоваться методы линейного программирования. Экономический анализ предполагает использование теории двойственности в линейном программировании, поэтому для анализа будет использоваться методика теории двойственности.

### 3. Результаты исследования

Проведём анализ влияния факторов производства по отдельности. Начнём с анализа использования каждого ресурса.

Для ресурса  $R_1$  остаток ресурса равен нулю ( $y_1^*=0$ ). При оптимальном плане ресурс  $R_1$  расходуется полностью. Смотрим двойственную оценку ресурса:  $u_1^* = \frac{c_1}{a_{11}} \cdot$

$\frac{\beta_0+k}{\beta_0+k_1} \cdot t$ . Оценка имеет множество значений, среди которых есть значение ноль.

При такой оценке предельная полезность ресурса равна нулю, что означает: при увеличении потребления ресурса  $R_1$  общее значение показателя эффективности производства не изменяется. Это решение задачи соответствует случаю 2 перехода решения двойственной задачи, указанной в

статье [3, с. 85] (при  $t=0$ ,  $s > \frac{\beta_0+k_2}{\beta_0+k}$ ). Исходная задача по решению двойственной задачи переходит в задачу с нарушением баланса на ресурс  $R_1$ . Таким образом, ресурс  $R_1$  расходуется полностью, но его дополнительное использование не повышает эффективность производства.

Для ресурса  $R_2$  также  $y_2^*=0$ . Ресурс  $R_2$  тоже расходуется полностью. Двойственная оценка ресурса равна  $u_2^* = \frac{c_1}{a_{21}} \cdot$

$\frac{\beta_0+k}{\beta_0+k_2} \cdot s$ . Она также имеет множество значений, среди которых есть значение ноль.

При увеличении потребления ресурса  $R_2$  значение показателя эффективности производства не изменится. Такое решение исходной двойственной задачи соответствует случаю 3 в [3, с. 85-86] (при  $s=0, t > \frac{\beta_0+k_2}{\beta_0+k}$ ).

Исходная двойственная задача по решению переходит в задачу с нарушением баланса на ресурс  $R_2$ . Ресурс  $R_2$  расходуется полностью, но его дополнительный расход не повышает эффективность производства.

Исходная двойственная задача по решению переходит в задачу с нарушением баланса на ресурс  $R_2$ . Ресурс  $R_2$  расходуется полностью, но его дополнительный расход не повышает эффективность производства.

Исходная двойственная задача по решению переходит в задачу с нарушением баланса на ресурс  $R_2$ . Ресурс  $R_2$  расходуется полностью, но его дополнительный расход не повышает эффективность производства.

Исходная двойственная задача по решению переходит в задачу с нарушением баланса на ресурс  $R_2$ . Ресурс  $R_2$  расходуется полностью, но его дополнительный расход не повышает эффективность производства.

Исходная двойственная задача по решению переходит в задачу с нарушением баланса на ресурс  $R_2$ . Ресурс  $R_2$  расходуется полностью, но его дополнительный расход не повышает эффективность производства.

Исходная двойственная задача по решению переходит в задачу с нарушением баланса на ресурс  $R_2$ . Ресурс  $R_2$  расходуется полностью, но его дополнительный расход не повышает эффективность производства.

Надо отметить, что при уменьшении запаса одного из ресурсов задача решения иметь не будет, так как станет или  $b_1 < a_{11}n(\beta_0 + k_1) = b_{01}$ , или  $b_2 < a_{21}n(\beta_0 + k_2) = b_{02}$ , где  $b_{01}$  – минимальное количество ресурса  $R_1$ , необходимое для выполнения условий задачи,  $b_{02}$  – минимальное количество ресурса  $R_2$ .

Проведём анализ влияния каждого фактора на показатель эффективности производства.

Рассмотрим влияние минимальной относительной нормы  $\beta_0$ . Значение  $y_3^* = 0$ , что означает выпуск продукции первого и второго вида по минимальной относительной норме ( $x_1^* = \beta_0 x_2^*$ ). Двойственная оценка для этого фактора равна

$$u_3^* = -c_1 \left( \frac{\beta_0 + k}{\beta_0 + k_1} \cdot t + \frac{\beta_0 + k}{\beta_0 + k_2} \cdot s - 1 \right).$$

Оценка отрицательная, имеет множество значений, среди которых есть значение ноль. Изменение минимальной относительной нормы  $\beta_0$  не влияет на показатель эффективности производства. Это случай 1 в [3, с. 84-85]: при  $t > 0$ ,

$$s > 0 \text{ и } \frac{\beta_0 + k}{\beta_0 + k_1} t + \frac{\beta_0 + k}{\beta_0 + k_2} s = 1.$$

Надо отметить, что увеличение нормы  $\beta_0$  приводит к невозможности решения задачи, так как минимальные количества ресурсов увеличатся, текущие значения запасов ресурсов будут не достаточны для выпуска продукции.

Переходим к минимальной норме  $n$ . Значение  $y_4^* = 0$ , выпуск продукции второго вида осуществляется по минимальной норме ( $x_2^* = n$ ). Двойственная оценка для фактора равна  $u_4^* = -c_1(\beta_0 + k)(t + s - 1) < 0$ . Оценка также отрицательная, как и все предыдущие оценки, имеет множество значений. Но среди значений оценки  $u_4^*$  нуля нет. При изменении минимальной нормы  $n$  показатель эффективности производства будет изменяться. При уменьшении нормы значение показателя эффективности производства увеличивается, так как  $u_4^* < 0$ . Увеличение нормы  $n$  выводит задачу за рамки решения по той же причине, что и по норме  $\beta_0$ .

Рассмотрим анализ выпуска продукции. Решением прямой задачи будет план  $(\beta_0 n; n)$ , максимальное значение целевой функции  $c_1 n(\beta_0 + k)$  [2, с. 26].

Так как  $x_1^* = \beta_0 n > 0$ , то продукцию вида  $A_1$  предприятию выпускать выгодно и её выпускают в количестве  $\beta_0 n$  ед. Показатель эффективности производства единицы продукции  $A_1$  равен суммарной оценке предельной полезности обоих ресурсов, используемых в этой единице продукции, и влияния обоих факторов.

Так как  $x_2^* = n > 0$ , то продукцию вида  $A_2$  предприятию выпускать тоже выгодно и при оптимальном плане оно выпускает продукцию вида  $A_2$  в количестве  $n$  ед. Надо отметить, что предприятию выгодно выпускать продукцию только при заданных условиях влияния минимальных норм, так как анализ влияния минимальной нормы продукции  $A_2$  показал целесообразность снижения минимальной нормы. Показатель эффективности производства единицы продукции  $A_2$  также равен суммарной оценке предельной полезности обоих ресурсов, используемых в этой единице продукции, и влияния обоих факторов.

Максимальное значения показателя эффективности производства равно  $c_1 n(\beta_0 + k)$ .

#### 4. Выводы

Экономический анализ решения пары двойственных задач при приоритете выпуска продукции вида  $A_1$  показал, что оба ресурса расходуются полностью, их дополнительное использование не повышает эффективность производства. Производство максимально насыщено использованием каждым ресурсом.

Предприятия выпускает продукцию по обеим минимальным нормам. Изменение минимальной относительной нормы  $\beta_0$  не влияет на показатель эффективности производства, уменьшение минимальной нормы  $n$  увеличивает показатель эффективности производства предприятия.

Продукцию вида  $A_1$  предприятию выпускать выгодно, а продукцию вида  $A_2$  только при заданных условиях влияния минимальных норм. Показатель эффек-

тивности производства для каждой единицы продукции обоих видов равен суммарной оценке предельной полезности обоих ресурсов, используемых в единице продукции, и влияния обоих факторов.

Максимальное значение показателя эффективности производства равно  $c_1 n(\beta_0 + k)$ .

#### Библиографический список

1. *Мамонов О.В., Конюхова А. В.* Влияния технологических факторов производства в случае использования двух ресурсов / Теория и практика современной аграрной науки: сб. национальной (всероссийской) научной конференции (г. Новосибирск, 20 февраля 2018 г.) / Новосиб. гос. аграр. ун-т. – Новосибирск: ИЦ «Золотой колос», 2018. – С. 546-550.
2. *Мамонов О.В., Бикеева М.В.* Решение задачи об использовании двух ресурсов для предприятия, выпускающего два вида продукции, с учётом влияния минимальной относительной нормы производства одного вида продукции к другому и минимальной нормы выпуска продукции второго вида // Агропродовольственная экономика: научно-практический электронный журнал. Нижний Новгород: НОО «Профессиональная наука». 2018. – №3. – С. 7-42.
3. *Меняйкин Д.В.* Анализ решения задачи о влиянии минимальной относительной нормы одного вида продукции к другому виду и минимальной нормы второго вида в случае баланса влияния обоих факторов и использования обоих ресурсов и приоритета первого вида продукции // Экономика и бизнес: теория и практика. – 2018. – №8. – С. 83-88.
4. *Осинов И.В.* Анализ влияния минимальной нормы продукции в случае баланса использования двух ресурсов с приоритетом выпуска продукции первого вида / Новая наука: новые вызовы. Сб. трудов I Международной научно-практической конференции. – Краснодар: АНО ДПО «ИССиМ», 2018. – С. 32-36.

### ECONOMIC ANALYSIS OF THE PROBLEM ABOUT THE IMPACT OF MINIMUM RELATIVE NORM AND MINIMUM NORM IN CASE BALANCE EFFECTS OF BOTH FACTORS AND THE USE OF TWO RESOURCES AND PRIORITY OF ISSUE OF THE FIRST PRODUCT TYPE

**D.V. Menaykin, master**  
**Novosibirsk state agrarian university**  
**(Russia, Novosibirsk)**

***Abstract.** The economic analysis of one of the modifications of the problem of optimal use of resources is considered. The modified task involves the production of the spirit of product types, the use of two types of resources and the influence of the minimum relative rate of the first type of product in relation to the second type and the minimum rate of release of the second type of product. Investigated the production of products in terms of preference for the production of the first type.*

***Keywords:** linear programming, modified task, use of resources, production rate, enterprise income, economic.*