

## СОСТАВЛЕНИЕ РАСЧЕТНОЙ СХЕМЫ ТРЕХЗВЕННОГО МЕХАНИЗМА ПРОТЕЗА ПАЛЬЦА В УСЛОВИИ СТАТИЧЕСКОГО РАВНОВЕСИЯ

**П.П. Пестриков, аспирант**

**Т.В. Пестрикова, аспирант**

**Тихоокеанский государственный университет  
(Россия, г. Хабаровск)**

***Аннотация.** Приведена плоская модель трехзвенного механизма протеза пальца человека. Используя метод Пуансо составлена расчетная схема для решения задачи статики. Произведен анализ применения полученных результатов при расчете электрического привода протеза верхней конечности.*

***Ключевые слова:** расчетная схема, трехзвенный механизм, метод Пуансо, бионический протез, теоретическая механика.*

Протезирование верхних конечностей человека, а именно кистей рук – одно из наиболее активно развивающихся в последние годы направлений работ инженерных команд. С одной стороны, это, к сожалению, обусловлено статистикой травм, получаемых людьми, с другой – новым витком развития технологий, удешевляющих и в тоже время улучшающих функциональность протеза. Одним из основных узлов протеза кисти являются приводы, которые осуществляют движение искусственных пальцев и кисти. Для оценки требуемых энергетических параметров двигателя необходимо решить задачу статики для механической модели пальца при условии заданной силы сжатия.

На основании анатомической модели построим математическую модель пальца кисти на плоскости и составим ее расчетную схему.

### **1. Описание модели**

В качестве модели одного пальца рассмотрим трехзвенную систему, в которой участки  $OA$ ,  $AB$  и  $BC$  представляют собой, соответственно, проксимальную, среднюю и дистальную фаланги среднего пальца

(рисунок 1.1). В точках  $O$ ,  $A$  и  $B$  расположены шарниры и представляют собой соответствующие суставы пальца. В точке  $O$  пястно-фаланговый сустав представлен в виде шарнирно-неподвижной опоры.

Для расчета необходимых энергетических параметров привода будем рассматривать в модели только сухожилие глубокого сгибателя пальцев (FDP), так как он производит сгибание во всех суставах кисти. Кроме того глубокий сгибатель существенно сильнее поверхностного.

Гибкой тягой  $F$  обозначено сухожилие глубокого сгибателя пальцев. Точка  $K$  – точка крепления тяги  $F$  к дистальной фаланге. Опоры  $B'M$ ,  $A''H$ ,  $A'G$ ,  $O''F$ ,  $O'E$ ,  $D'D$  представляют собой эквивалент утолщения оснований фаланги пальца. В вершинах опор расположены направляющие кольца, которые вместе с опорами учитывают в модели сухожильные трубки на фалангах. Будем считать, что тяга  $F$  расположена параллельно каждому из участков  $OA$ ,  $AB$ , а так же параллельна участку  $D\dot{D}$ . Трение тяги  $F$  в направляющих кольцах не учитываем.

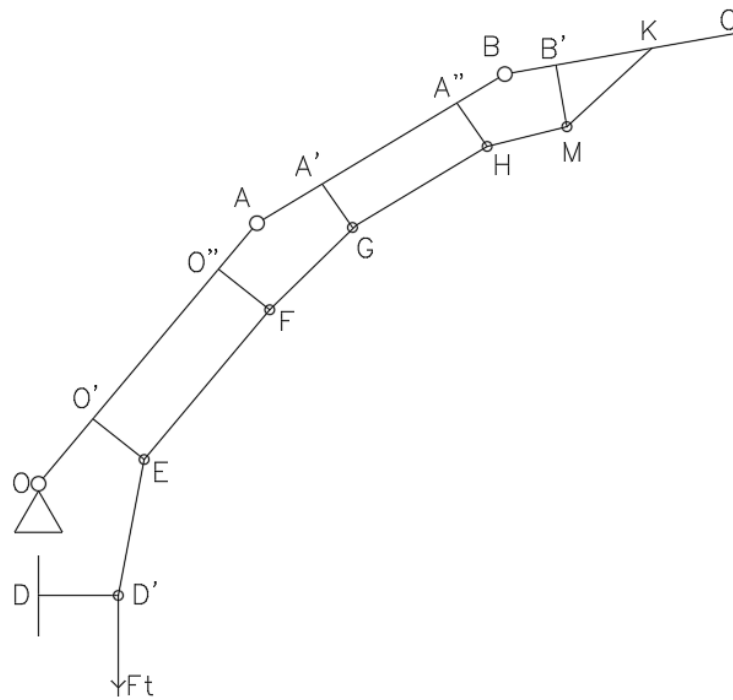


Рис. 1.1. Механическая модель пальца

Положение частей механизма в пространстве будем задавать углами  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$  между примыкающими фалангами.

## 2. Расчетная схема

Согласно «принципу освобожденности» тел от связей [1,2] мысленно отбрасываем внешние связи, заменяя их соответствующими реакциями опор (рисунок 2.1).

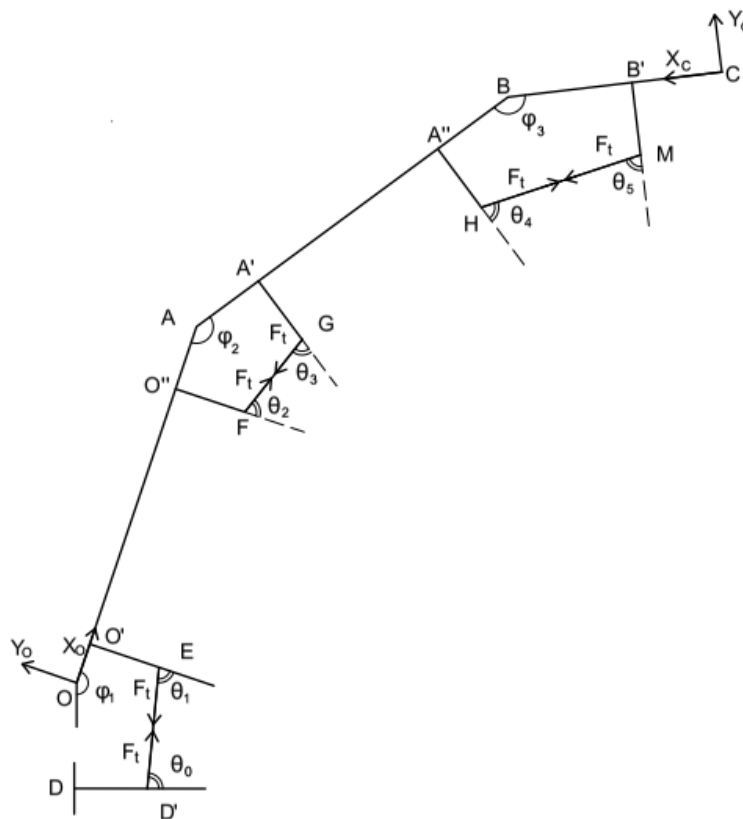


Рис. 2.1. Расчетная схема

Внешняя нагрузка, приложенная в точке С представлена в виде двух компонент  $X_C$  и  $Y_C$ . Величиной силы тяжести в данном расчете пренебрегаем, так как она много меньше приложенных сил. Углом  $\theta_n$  обозначим угол между направлением действия силы  $F_t$ , направленной в сторону ближайшего шарнирного сочленения, и продолжением соответствующей опоры. В соответствии с расчетной схемой возможны два случая приложения силы реакции гибкой связи на  $i$ -ом звене:

1. гибкая связь проходит через одно направляющее кольцо (дистальная фаланга);

2. гибкая связь проходит через два направляющих кольца.

Действующие на каждом отрезке со стороны гибкой связи силы приведем к центрам соответствующих отрезков, при этом, применяя метод Пуансо дополним расчетную схему моментами присоединенных пар сил (рисунок 2.2).

Отметим, что силы  $F_i$  можно представить в виде:

$$F_i = F_t * K_i(\varphi_{i+1}, \varphi_i), \quad (1.1)$$

где  $K_i(\varphi_{i+1}, \varphi_i)$  – коэффициент, зависящий от конструктивных размеров частей механизма и являющийся функцией угла  $\varphi_i$ .

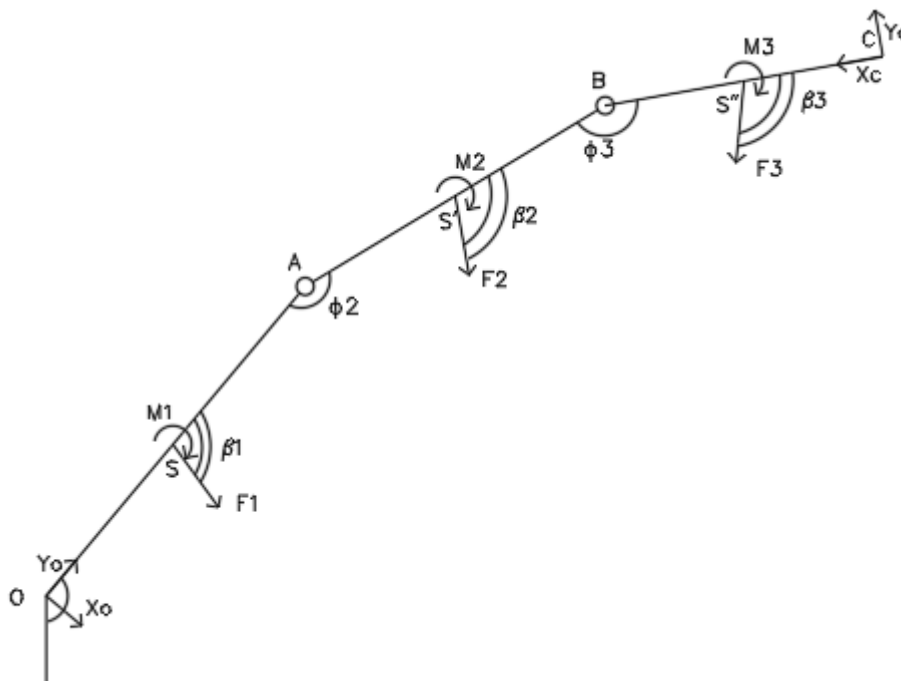


Рис. 2.2. Расчетная схема с приведенными силами к центрам отрезков

Момент  $M_i$  – главный момент сил реакций связи на  $i$ -м звене относительно центра этого звена. Поскольку реакция гибкой связи направлена вдоль связи и в нашем случае ее модуль во всех точках приложения равен  $F_t$ , то  $M_i$  запишется:

$$M_i = \sum_{j=1}^n F_t * d_j(\varphi_i, \varphi_{i+1}), \quad (1.2)$$

где  $d_j(\varphi_i, \varphi_{i+1})$  – плечо силы  $F_t$ , относительно центра  $i$ -го звена. Отметим, что

четные  $d$  зависят только от  $\varphi_j$ , нечетные – только от  $\varphi_{j+1}$ . Выражение (3) можно записать в другом виде:

$$M_i = F_t * h_i(\varphi_{i+1}, \varphi_i), \quad (1.3)$$

где  $h_i(\varphi_{i+1}, \varphi_i)$  – функция, равная сумме плеч сил реакции гибкой связи  $i$ -го звена, относительно центра  $i$ -го звена.

3. Расчет главного вектора сил реакции гибкой связи  $i$ -го звена

Рассмотрим два случая приложения силы реакции гибкой связи (рисунок 3.1).

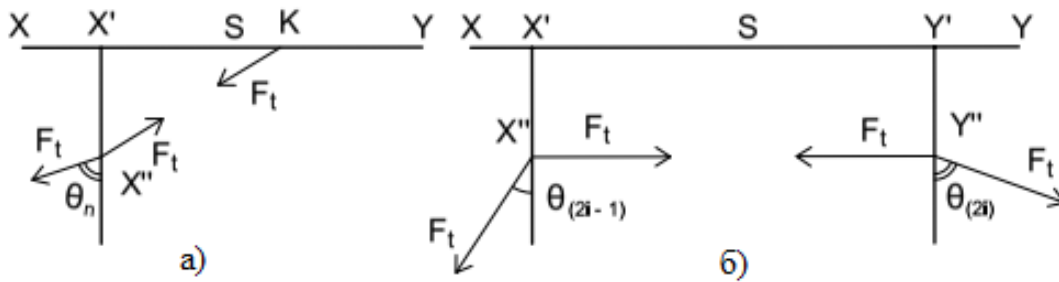


Рис. 3.1. Расчетная схема реакции гибкой связи крепления гибкой связи

Как видно из рисунка 3.1.а силы  $F_t$ , приложенные в точках  $0''$  и  $K$  направлены встречно и уравнивают друг друга. Главный вектор сил, приведенный к центру участка  $XU$  (точка  $S$ ), равен по модулю  $F_t$  и повернут на угол:

$$\beta_i = \frac{\pi}{2} + \theta_{(2i-1)}; \beta_i \in \left[ \frac{\pi}{2}; \pi \right]; \quad (3.1)$$

Для второго случая, приведенного на рисунке 3.1.б главный вектор сил, приведенный к точке  $S$ , находится по правилу параллелограмма (рисунок 3.2).

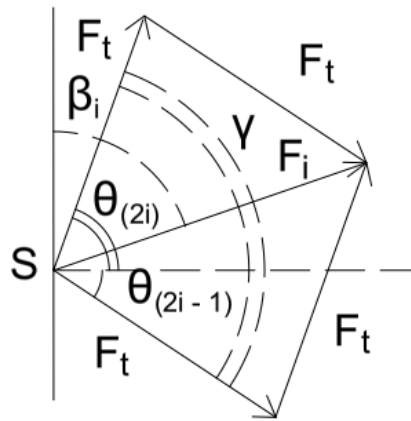


Рис. 3.2. Параллелограмм сил, приведенных к точке  $S$   $i$ -го участка

Из рисунка находим:

$$\beta_i = \frac{\pi}{2} + \frac{\theta_{(2i-1)} - \theta_{(2i)}}{2}; \beta_i \in \left[ \frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4} \right]; \quad (3.2)$$

$$F_t = F_t \sqrt{2} \sqrt{1 + \cos(\theta_{(2i)} + \theta_{(2i-1)})} \quad (3.3)$$

Таким образом, выражение (1.1), для каждого звена данной модели запишется:

$$F_1 = F_t \sqrt{2} \sqrt{1 + \cos(\theta_2 + \theta_1)}; K_1(\varphi_2, \varphi_1) = \sqrt{2} \sqrt{1 + \cos(\theta_2 + \theta_1)}; \quad (3.4)$$

$$F_2 = F_t \sqrt{2} \sqrt{1 + \cos(\theta_4 + \theta_3)}; K_2(\varphi_3, \varphi_2) = \sqrt{2} \sqrt{1 + \cos(\theta_4 + \theta_3)}; \quad (3.5)$$

$$F_3 = F_t; K_2(\varphi_3) = 1; \quad (3.6)$$

#### 4. Расчет главного момента сил реакции гибкой связи $i$ -го звена

Рассмотрим в общем виде первый случай приложения силы реакции гибкой связи на  $i$ -ом звене. Для этого случая момент силы тяги  $F_t$  относительно точки  $S$  центра  $i$ -го звена  $M_i(F_t)$  найдем из трапеции  $X''X'SW$ , представленной на рисунке 4.2.

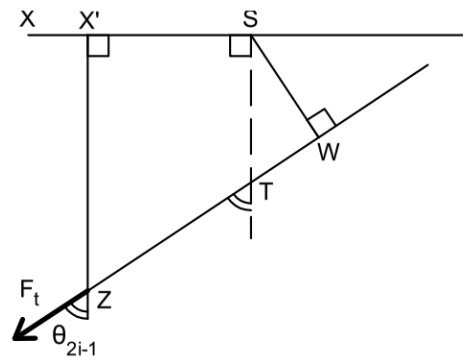


Рис. 4.2. Расчет момента присоединенных пар сил

В данной задаче угол  $\theta_{(2i-1)}$  может принимать значения  $0 \leq \theta_{(2i-1)} \leq \pi$ . Существует некоторый критический угол  $\theta_{кр}$  такой, что  $SW = 0$ , при этом:

$$\theta_{(2i-1)} < \theta_{кр}; M_i(F_t) > 0; \quad (4.1)$$

$$\theta_{(2i-1)} > \theta_{кр}; M_i(F_t) < 0. \quad (4.2)$$

Критический угол  $\theta_{кр}$  определяется соотношениями:

$$\begin{aligned} \sin \theta_{кр} &= \frac{X'S}{\sqrt{X'S^2 + X'X''^2}}; \cos \theta_{кр} \\ &= \frac{X'X''}{\sqrt{X'S^2 + X'X''^2}}; \end{aligned} \quad (4.3)$$

Момент  $M_i(F_t)$  равен:

$$M_i(F_t) = F_t * |X'X'' * \sin \theta_{(2i-1)} - X'S * \cos \theta_{(2i-1)}|; \quad (4.4)$$

Знак модуля в последнем выражении учитывает смену мест слагаемых в скобках при значениях  $\theta_{(2i-1)} < \theta_{кр}$ .

Рассмотрим в общем виде второй случай приложения силы реакции гибкой связи на  $i$ -ом звене. В этом случае необходимо рассмотреть две трапеции, решенные выше:

$$M_i(F_t) = M_S(F_t(X'')) + M_S(F_t(Y'')); \quad (4.5)$$

$$M_S(F_t(X'')) = F_t * |X'X'' * \sin \theta_{(2i-1)} - X'S * \cos \theta_{(2i-1)}|; \quad (4.6)$$

$$M_S(F_t(Y'')) = F_t * |Y'Y'' * \sin \theta_{(2i)} - Y'S * \cos \theta_{(2i)}|; \quad (4.7)$$

Отметим, что в данном случае критические углы  $\theta_{кр(2i-1)}$  и  $\theta_{кр(2i)}$  рассчитываются аналогично (4.3).

## 5. Выводы

Для расчета необходимой силы тяги  $F_t$  при условии, что известна сила внешней нагрузки  $F_C$ , необходимо решить задачу статики. При этом для данной составной конструкции с двумя внутренними связями (рисунок 2) необходимо записать систему из трех условий равновесия твердого тела для каждого звена.

Поскольку в модели не учитывается сила тяжести, то удобнее всего выбирать систему координат связанную с каждым отдельным звеном.

В общем виде система уравнений для решения статической задачи:

$$\begin{cases} \vec{F}_C \times \vec{h}_B(\vec{F}_C) + \vec{M}_3 + \vec{F}_3 \times \vec{h}_B(\vec{F}_3) = 0; \\ \vec{F}_B \times \vec{h}_A(\vec{F}_B) + \vec{M}_2 + \vec{F}_2 \times \vec{h}_A(\vec{F}_2) = 0; \\ \vec{F}_A \times \vec{h}_O(\vec{F}_A) + \vec{M}_1 + \vec{F}_1 \times \vec{h}_O(\vec{F}_1) = 0; \\ X_B - F_C * \cos(\Psi_1) - F_3 * \sin(\theta_5) = 0; \\ Y_B - F_C * \sin(\Psi_1) - F_3 * \cos(\theta_5) = 0; \\ X_A - F_B * \cos(\Psi_2) + F_2 * \cos(\beta_2) = 0; \\ Y_A - F_B * \sin(\Psi_2) - F_2 * \sin(\beta_2) = 0; \\ X_O - F_A * \cos(\Psi_3) + F_1 * \cos(\beta_1) = 0; \\ X_O - F_A * \sin(\Psi_3) - F_1 * \sin(\beta_2) = 0, \end{cases} \quad (5.1)$$

где,  $h_{BFC}$ ,  $h_{BF3}$ ,  $h_{AFB}$ ,  $h_{AF2}$ ,  $h_{OFA}$ ,  $h_{OF1}$  – плечи указанных сил относительно точек

расчета момента,  $F_B, F_A$  – модули сил реакции внутренних связей,  $\Psi_i$  – угол наклона силы реакции внутренней связи к  $i$  – му звену.

Таким образом, применяя метод Пуансо осуществлен переход от расчетной схемы построенной на основе анатомической модели пальца человека к более удобной для анализа расчетной схеме с приведенными

к центрам звеньев силами и моментами пары сил. Записана система уравнений (5.1) условий равновесия для каждого звена. Решение данной системы позволит оценить энергетические параметры привода, такие, как мощность и скорость, которые необходимы для построения протеза верхней конечности с расширенным функционалом.

#### Библиографический список

1. *Тарг С.М.* Краткий курс теоретической механики. – М.: Высшая школа, 1986. – 416 с.
2. *Яблонский А.А.* Курс теоретической механики. В 2 т-х: Т 1. – М.: Высшая школа, 1966. – 431 с.
3. *Аппель П.* Теоретическая механика: Динамика системы. Аналитическая механика. В 2 т-х: Т 2. – М.: Физматгиз, 1960. – 488 с.
4. *Воробьев Е.И.* Протез кисти с пневмоприводом и адаптацией к форме захватываемого объекта. / Е.И. Воробьев, В.И. Чижииков, К.О. Моргуненко // Вестник Московского государственного университета приборостроения и информатики. – 2014. – № 50. – С. 16-32.
5. *Градецкий В.Г.* Кинематическая модель экзоскелета руки человека и определение ошибки позиционирования / В.Г. Градецкий, И.Л. Ермолов, М.М. Князьков, Е.А. Семенов, А.Н. Суханов // Мехатроника, Автоматизация, Управление. – 2014. – № 5 (158) – С. 37-41.
6. *Weir R.F.* Design of artificial arms and hands for prosthetic applications. In: Kutz M, editor. Standard handbook of biomedical engineering and design. New York (NY): McGraw-Hill; 2003. p. 32.1–32.59
7. *N.Dechev, Cleghorn W.L., Naumann S* / Vultiple finger, passive adaptive grasp prosthetic hand/ Mechanism and Machine Theory 2001
8. *Лурье А.И.* Аналитическая механика. – М.: Физматгиз, 1961. – 824 с.

### COMPOSITION OF THE DESIGN MODEL OF THE THREE-LINE MECHANISM OF THE FINGERIAL PROSTHEIS IN THE CONDITION OF STATIC EQUILIBRIUM

**P.P. Pestrikov**, *postgraduate*

**T.V. Pestrikova**, *postgraduate*

**Pacific state university**

**(Russia, Khabarovsk)**

**Abstract.** *A flat model of a three-link mechanism of a human prosthesis is presented. To compute a design scheme for solving the static problem the Poinso method was used. An analysis of the application of the results obtained in the calculation of the electric drive of the upper limb prosthesis was made.*

**Keywords:** *design model, three-line mechanism, Poinso method, bionic prosthesis, theoretical mechanics.*